新竹市第四十三屆中小學科學展覽會

作品說明書

科　別:數學科

組　別:國小乙組

作品名稱:出「棋」「智」勝--移位遊戲擴展

關 鍵 詞:移位遊戲、

編號:

摘要

在這一個移位遊戲的研究中，相較其他的移位遊戲，這份報告的移位遊戲是不能跳的，只能用走的，我們先做了最基本的兩邊單一顏色且每邊只有一個棋子，把中間格子再多一格，也向上延伸了一列、兩列、兩行...棋子也越來越多，發現了一種預測方法，例如:A 棋子要走到它的目的地，遇到 B 棋子就要錯開，所以 B 棋子要再加一步。接下來，我們做了交錯顏色的，這一個預測方法會有誤差，因為會有空間不足而卡到，所以發現了另一種預測方法，是一個棋子遇到另一個顏色時要加二，因為當棋子遇到不同顏色時，另一個顏色的棋子要先讓開，而移出去的棋子要移回來，所以是多二步。再來向下加了一列，再進行預測是否成功。

壹、前言

一、研究動機

我們在網路上查了很多有關位移遊戲的題目，發現有一種是用跳棋移動方式的專題，於是我們把位移方式改成只能用移動的方式，不能用跳的方式來研究。

二、研究目的

(一)、研究兩邊單一顏色交換的規律和預測方法

(二)、研究兩層兩邊顏色交錯且左右擺法相同的規律及預測方法。

(三)、研究三層兩邊顏色交錯的規律及預測方法。

(四)、研究移動空間夠不夠。

三、名詞解釋

1.左 G：綠色棋子全部移動到左邊

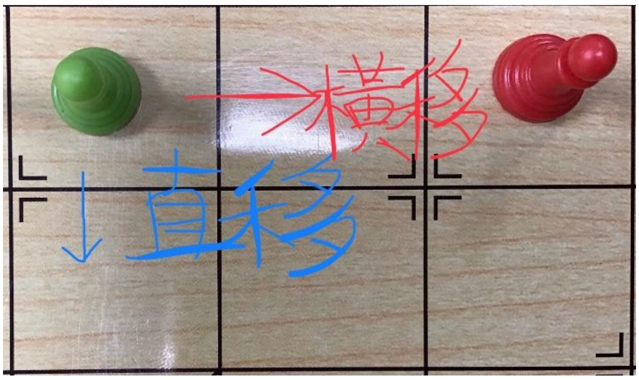
2.左 R：紅色棋子全部移動到左邊

3.直移：棋子縱向移動(如右圖)

4.橫移：棋子橫向移動(如右圖)

5.預：操作前預測

6.實：實際操作



7.m×n：第一個 m 是直行的格子數量，第二個 n 是橫列的格子數量，例：3×2

貳、研究設備及器材

跳棋(紅色與綠色)、紙、筆、棋盤、平板

參、研究過程或方法

一、研究方法:我們先實際操作，找出棋子交換位置的最少步數，再看看有沒有辦法用預測的方式找出這個步數，如果預測和實際的步數有差異，就會嘗試找出為什麼會有這個差異。

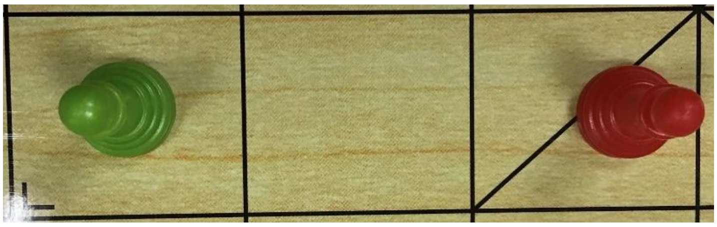
二、移動的規則:兩邊棋子中間至少要空一行，棋子可以上下左右移動，但不可以與其他的棋子站在同一個位置，不能跳過其他的棋子。

三、研究過程

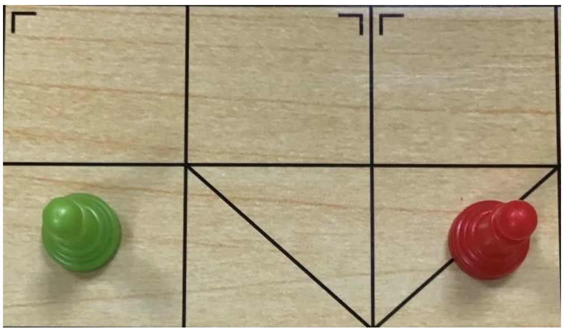
(一)研究兩邊單一顏色交換的規律和預測方法

我們先從 3×1 開始研究，因為最初的移位遊戲是從 3×1 可以跳的方式，但我們改成只能上下左右移動。

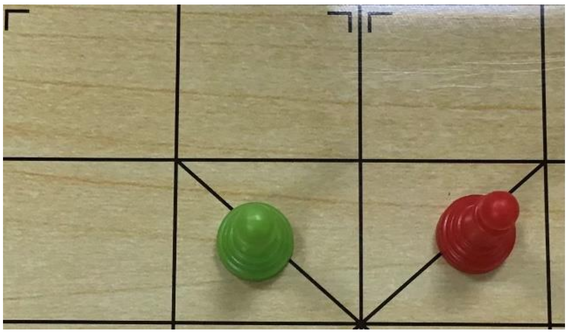
1.發現不用跳的就完成不了，所以在 3×1 那一列的上方多加一格。



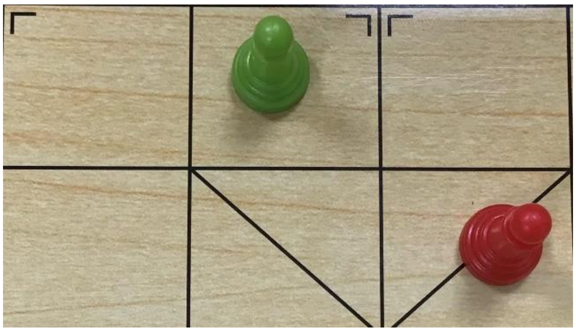
在原始擺法中間上方多加了一格，以下為交換步驟。



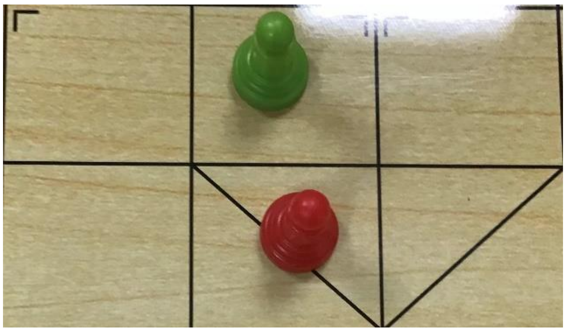
（1）綠色棋子往右橫移



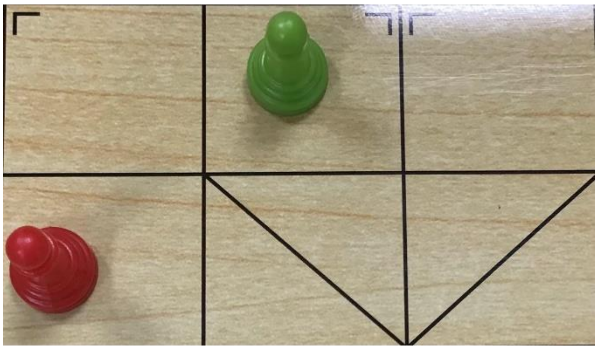
（2）把綠色棋子往上直移



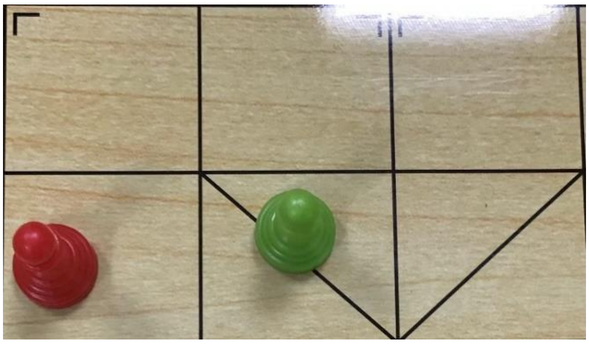
（3）紅色棋子往左橫移



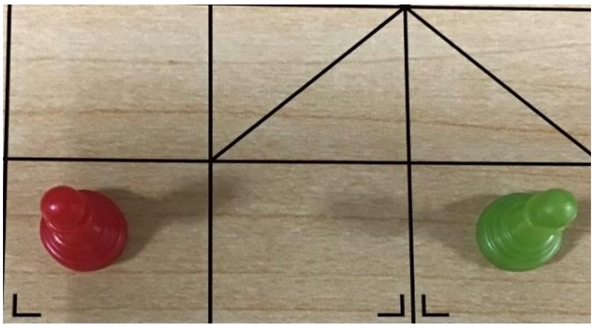
（4）紅色棋子往左橫移



（5）綠色棋子往下直移



（6）綠色棋子往右橫移交換位置



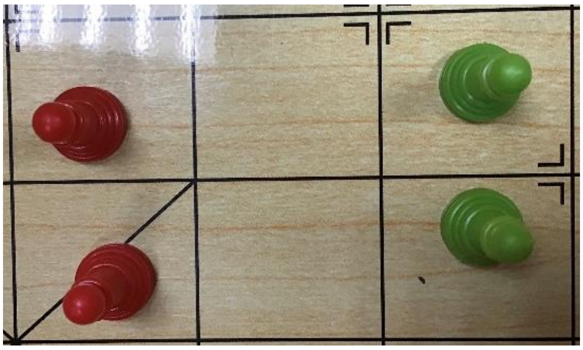
我們發現如果要交換兩個不同顏色的棋子且中間隔一格，就會是六步，發現有四個橫移，兩個直移，推測平分後兩個棋子交換時各需要直移一步且橫移兩步。

2.增加行數，接著變成四行之後，步數是六個橫移，二個直移，所以平分後是 3 個橫移，一個直移，推測一顆棋子走法是 3+1。

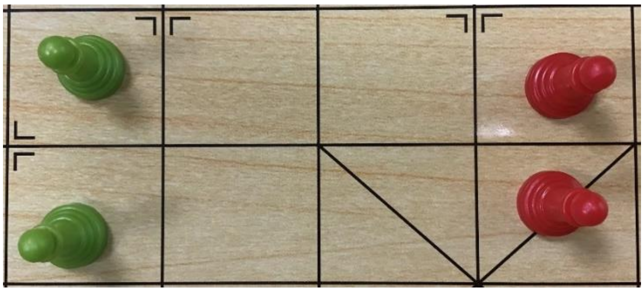
(

接著猜想公式是（x+y）×2=步數，x 是一個棋子橫移步數，y 是一個棋子直移步數，2 就是棋子的數量，一個算式中會有兩個棋子，一個左邊，一個右邊。所以只要直行+1，原本 x 就要+1。

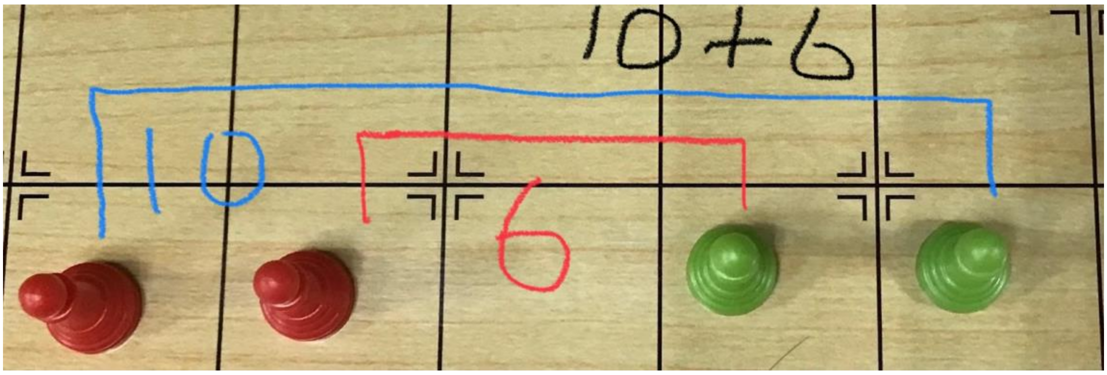
增加列數，變成兩列之後，步數是(2+1)×2×2



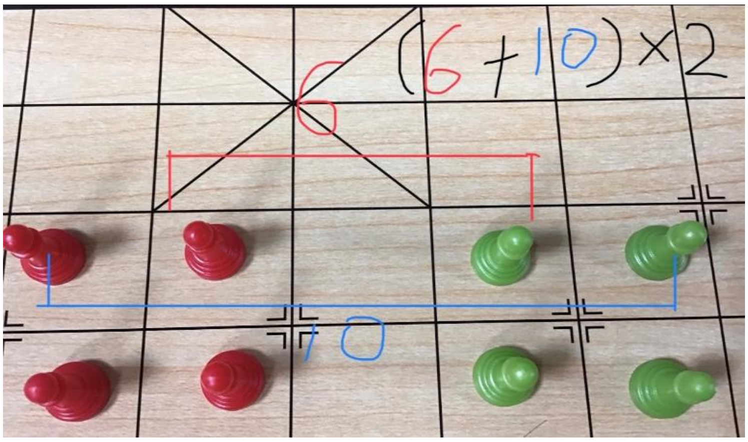
增加列數與行數，變成四行又兩列之後，步數就變成(3+1)×2×2。



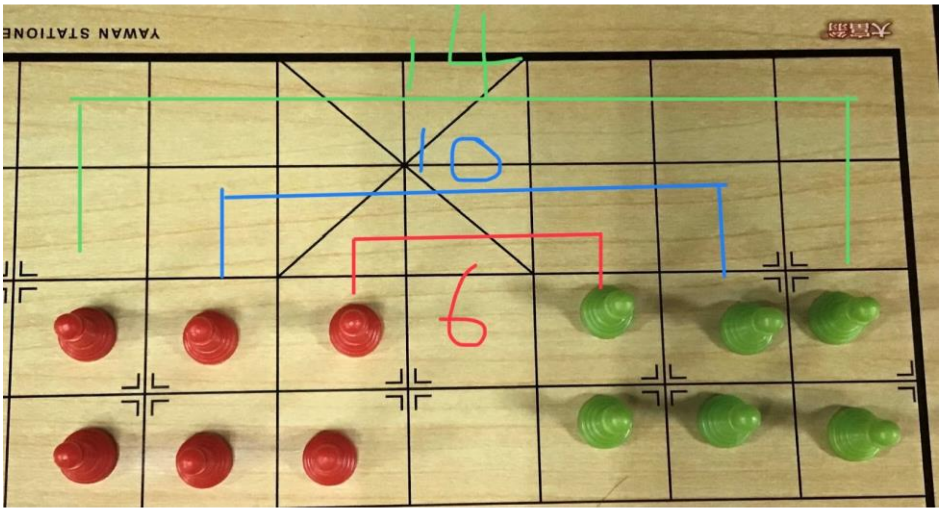
增加橫列數並增加兩個棋子，拆成兩個算式，步數是：(2+1)×2 加上(4+1)×2，總共是 16



再來，由上圖再加上一列，算式是[(2+1)×2+(4+1)×2]×2=32



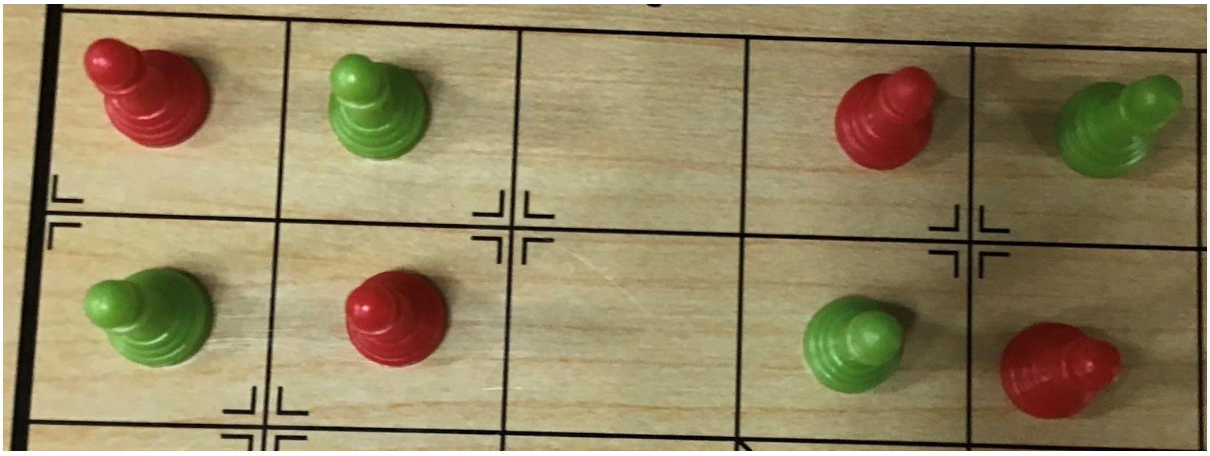
由前一張圖，左右再加一行，步數拆成三個算式:(2+1)×2、(4+1)×2 和(6+1)×2 紅線上的交換步數是 6 步，藍線上的交換步數是 10 步，綠線上的交換步數是 14 步，(6+10+14)×2=60 步。



小結論：在(x+y)×2×z 這個算式中，x 是橫移，y 是直移，z 是列的數量，如果加一列，z 就會+1，如果加兩行棋子，那原本的排法結果最大的算式再加 4，就是新的算式的結果，如果再加一行格子再中間，那每一個算式的結果再加 2。

(二)、研究兩層兩邊顏色交錯且左右擺法相同的規律及預測方法。

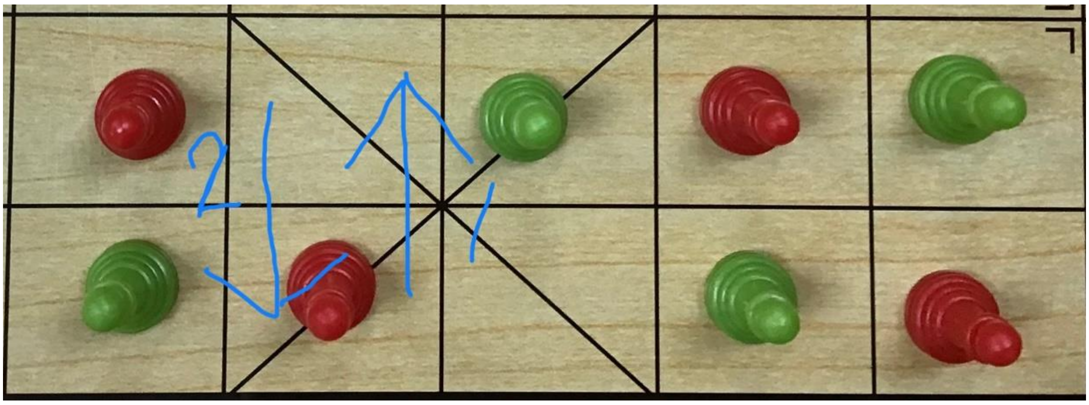
1.這種排法是兩種顏色交錯排出來的，可是交換位置之後，左邊和右邊都只能有單一的顏色。



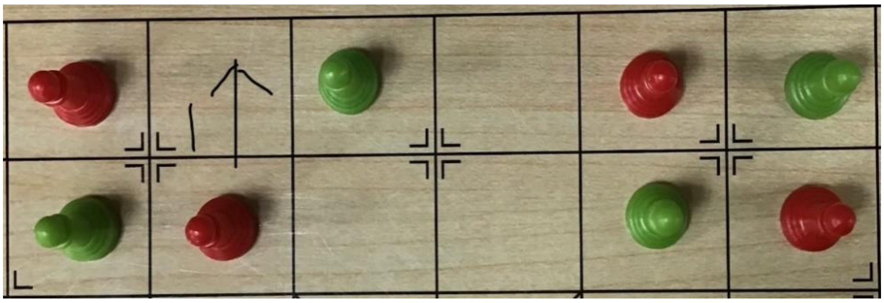
我們用兩邊單一顏色的公式預測步數：每顆棋子往前走(橫移)都要再加一步(直移)，預測完發現是 16 步，和實際操作的 20 步不同，接著，我們再做了中間空格多一行的(如下圖)。

預測的步數是 20 步，實際的步數卻是 22 步。
我們還做了中間空三格的(如下圖)

預測的步數是 24 步，實際的步數也是 24 步。
經由上方的差異，我們發現第一個情況，棋子交換的過程中，會被其他的棋子擋住。因空間不夠，當一顆棋子要移位，擋住它的棋子也移走，因此它移走的 1 步加上移回來的 1 步，總共要多加 2 步，但因為會遇到兩顆棋子，所以總共要加 2×2=4(步)。



但像中間空兩行的這一種排法，空間逐漸足夠，因此它只要移走就可以了，所以這樣就只有兩顆棋子移走的 2 步。

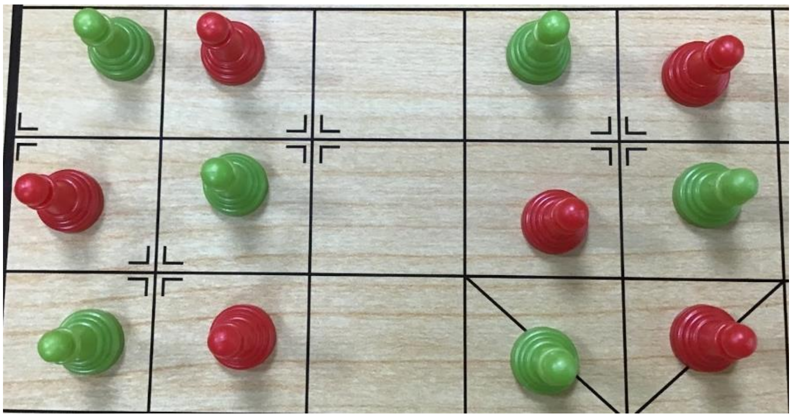


中間空三行的時候，空間更大了，完全不用增加任何步數，因此符合我們一開始的預測。

經由上面得到兩種預測方法，第一種是(x+y)×2×z，第二種是(x+y)×2×z+2，+2 是因為遇到不同棋子要直移。

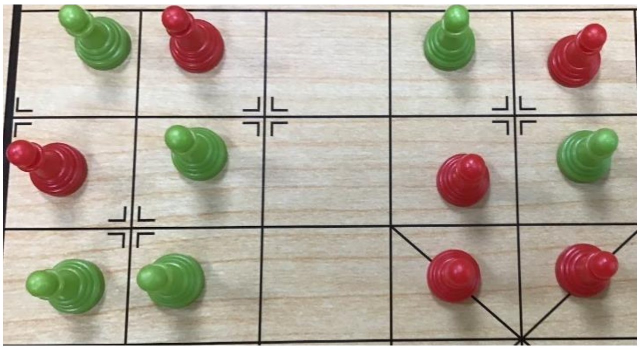
(三)、研究三層兩邊顏色交錯的規律及預測方法。

(1).左 G 實：26 左 G 預：26(第一排):(2+1)×2
(第二排):(4+1)×2+2+2
(第三排):(2+1)×2
左 R 實：34 左 R 預：34(第一排)：(4+1)×2+2+2
(第二排)：(2+1)×2
(第三排)：(4+1)×2+2+2

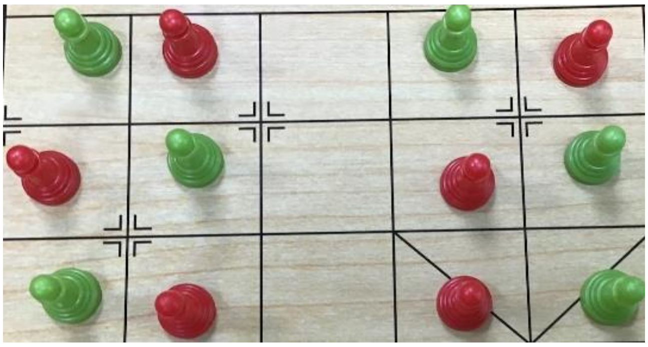


後續種類上面兩排的預測步數都是 20 步，著重討論在第三排。

(2).左 G 實：20 左 G 預：20(因為最後一排的棋子剛好是左 G,所以最後一排不用動)
左 R 實：36 左 R 預：36(20 步+第三排(2+1)×2+(4+1)×2)



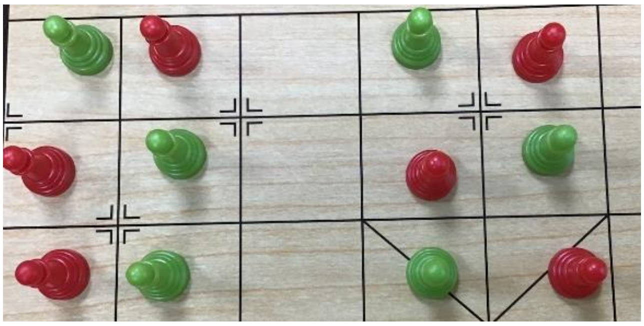
(3)左 G 實：28 左 G 預：30(20+第三排(3+1)×2+2)
分析原因:空間足夠所以不需要+2 直移的預測
左 R 實：30 左 R 預：30(20+第三排(3+1)×2+2)



(4)左 G 實：28 左 G 預：30(20 步+(3+1)×2+2)

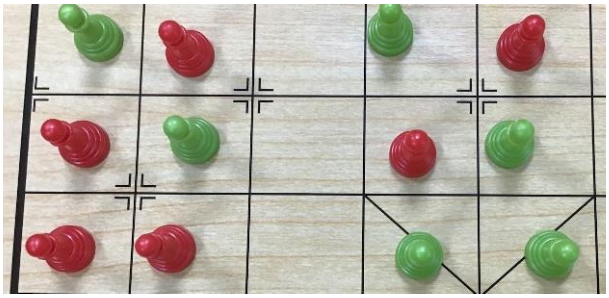
分析原因:因為實際直移比預測的直移少了 2 步

左 R 實：30 左 R 預：30(20 步+(3+1)×2+2)



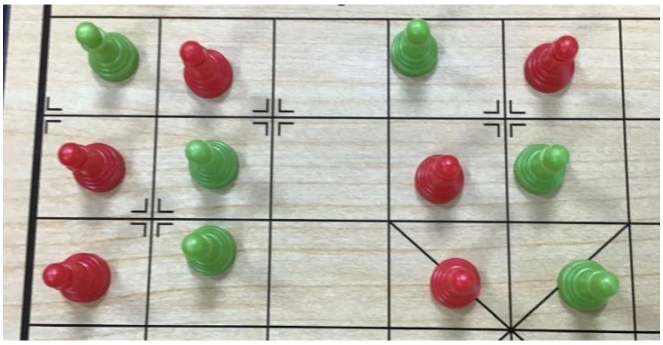
(5)左 G 實：36 左 G 預：36(20 步+第三排((2+1)×2)+((4+1)×2)

左 R 實：20 左 R 預：20(因為最後一排的棋子剛好是左 R,所以最後一排不用動)



(6)左 G 實：34 左 G 預：34(20 步+(4+1)×2+2+2)

左 R 實：26 左 R 預：26(20 步+(2+1)×2)

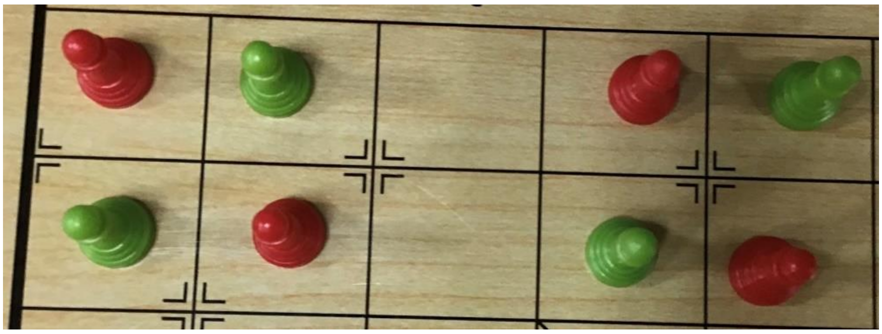


我們做的預測與步數應該要一樣，可是第 3、4 種排法的左 G 實際步數是 28，預測步數卻是 30。分析原因可能是跟空間足夠與否有關。

(四)、研究移動空間夠不夠

預測跟實際做的步數不同，所以猜測是空間不夠。接著，讓中間空一行的格子可以同時擺放 2 顆棋子，並且記錄重疊的次數，測試有沒有和原本預測的步數一樣。

1.先從一開始遇到空間不夠的擺放方式開始，如下圖。



第一種左 G 預：16 直移：4

第一種左 R 預：16 直移：4

重疊過後左 G 實：16

重疊次數：2 直移：4

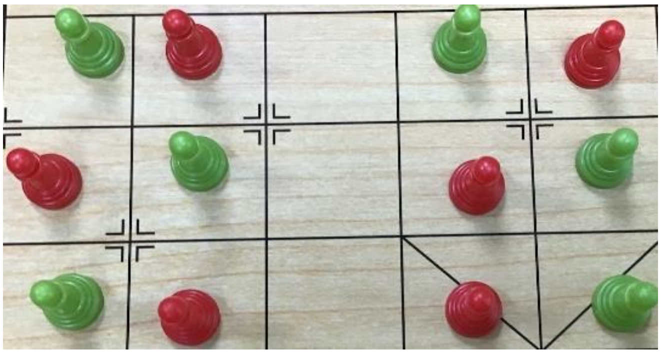
重疊過後左 R 實：16

重疊次數：2 直移：4

重疊過後的步數，跟第一種預測步數一樣，推測出是原本的空間不夠。

2.因為三列的(3)和(4)的左 G 空間足夠，所以預測的步數比實際步數還要多，決定用原始的預測方法來確認空間足夠的問題。

(3)這張圖只有左 G 不一樣，所以只做左 G。



左 G 預：30 直移：12

用第一種預測方法：24

重疊過後左 G 實：24

重疊次數：4 直移：4

重疊過後的步數和第一種的預測方法的步數一樣，表示空間不夠，可是和第二種預測方法的步數不一樣，代表有些棋子的預測步數不一樣，有的是用第一種，有的是用第二種。(4)的左 G 跟(3)左 G 的概念也是一樣的。

肆、研究結果

研究(一):棋子交換總共有 4 個橫移，2 個直移。平均下來，每個棋子都要走 2 個橫移，1 個直移，推導出公式:(橫移+直移)×2=步數。

基本情況多一行橫移多 2 步，多一列直接整個步數×2

研究(二):棋子交換的過程中遇到不同顏色的棋子會被擋住。因空間不夠，棋子就要讓其他棋子先過。步數就會多 2~4 個直移。

研究(三):將研究(二)的預測方法進行驗證，發現大部分符合，少部分因排法可以讓棋子空間足夠，而需再做判斷。

研究(四):發現棋子排列的方式會影響到棋子移動的空間，不同的棋子會用不同的預測方法。

伍、討論

1.要如何解決實際步數和預測步數不一樣的問題?

2.能不能找出更精準的預測方法?

3.如果加入第三種棋子，規律會不會改變?

4.如何驗證我們實際做的步數是一定正確的?

5.如果棋子可以斜著走，步數會有甚麼改變?

6.有沒有可能做出立體的棋盤，並且讓棋子可以上下移動?

陸、結論

在基礎的兩顆棋子做延伸後，發現棋子步數有一定的規律，預測方法第一種或第二種可能會在少部分情況不符合，推測是空間足不足夠的問題，仍需要有判斷空間足不足夠的方法，才能進行更精確的預測。在大部分的情況兩種預測都是準確的，但進行驗證時無法確認我們的實際操作是否一定是最少步數，所以增加實作次數，多嘗試不同的走法，確認最少步數。