

新竹市第四十三屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別:數學科

組 別:國小乙組

作品名稱:咒「數」迴戰--數迴遊戲

關 鍵 詞:數迴、最佳解法

編號:

摘要

我們找了一個題目叫數迴，想研究出數迴的速解法，把單一數字的路線畫出來，接著將兩個數的路線畫出來。把 4×4 的數迴切成 2×2 ，將每個 2×2 的路線都畫出來，找出特定解，最終找一個 4×4 題目用上述的方法解出來。找 6×6 題目，用 4×4 方法解。

壹、前言

一、研究動機

我們決定要參加科展，所以我們找了一個有趣的主題叫數迴。

二、研究目的

(一)只有單一數字能畫的圖

(二)數字二個以上相鄰的圖形

(三)找出特定解

(四)把 4×4 切成四個 2×2

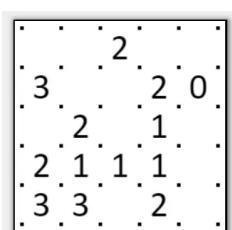
(五)用 2×2 拼數迴

(六)找出快速的方法解出數迴

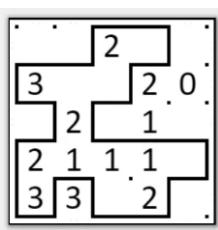
三、名詞解釋

「數迴」是一種數學智力遊戲，由一個正方形格與格內黑點及數字所組成。

遊戲中玩家須在正方形中，根據格內數字所提供的線索，將格內黑點以線連接出一條封閉且不間斷的迴圈。各數字表示其四邊的邊線數，無數字則表示其邊線數未知，考驗玩家空間規劃的邏輯思維能力。



左圖為題目
右圖為解答



貳、設備及器材

紙、筆、電腦、GeoGebra、粉筆、黑板、Daily Slitherlink

參、研究過程與方法

一、研究方法

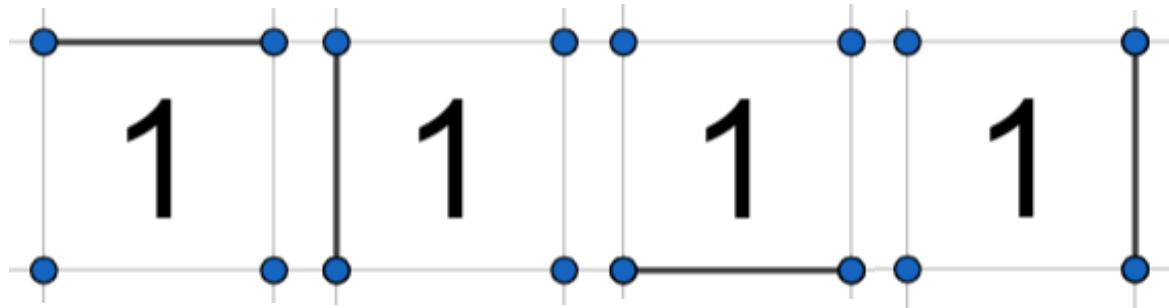
找數迴題目，找那些題目的相同之處，並把它們列出來。分析單一數字的所有連線，再慢慢增加數字的連線。把 4×4 正方形切成 4 塊 2×2 正方形，分成左上、左下、右上、右下，分析哪個點出發哪個點結束的可能，找出規律連回封閉圖形。

二、研究過程

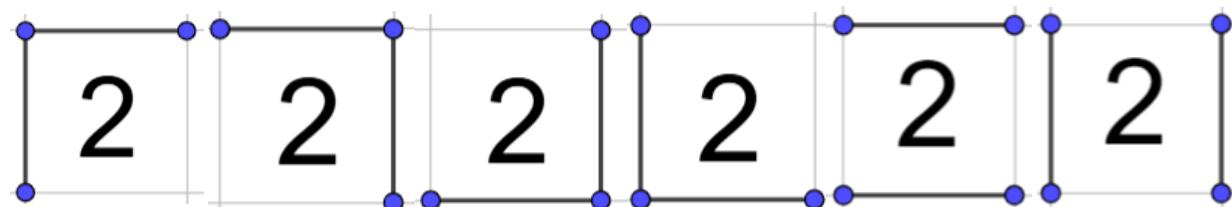
不討論 0 跟 4，因為 0 旁邊不能有連線，4 是圍成一圈，只有一種解法。

(一)只有單一數字能畫的圖

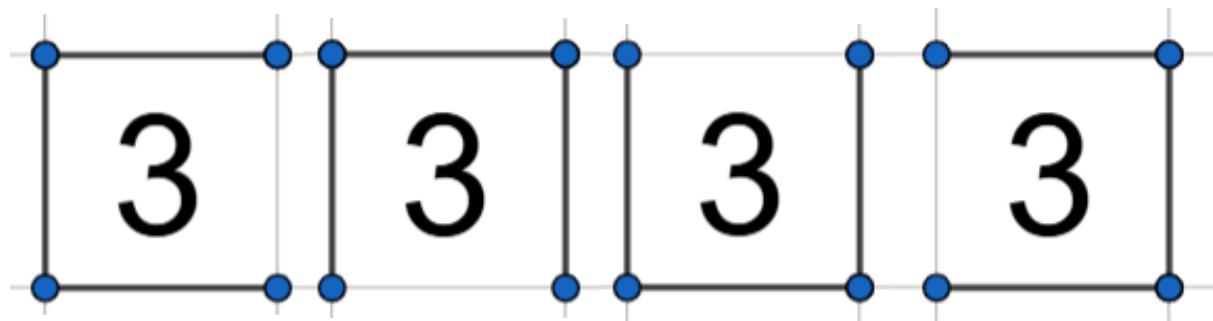
1.單一格數字 1 的畫法



2.單一格數字 2 的畫法

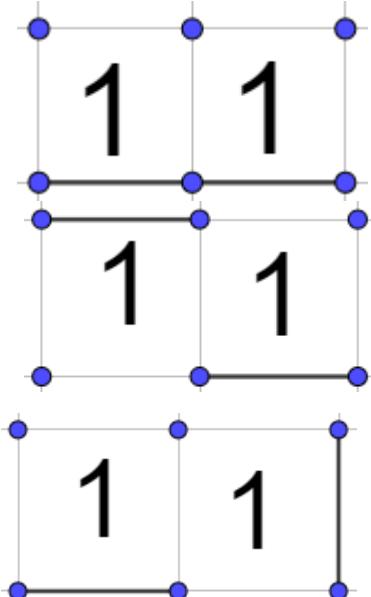
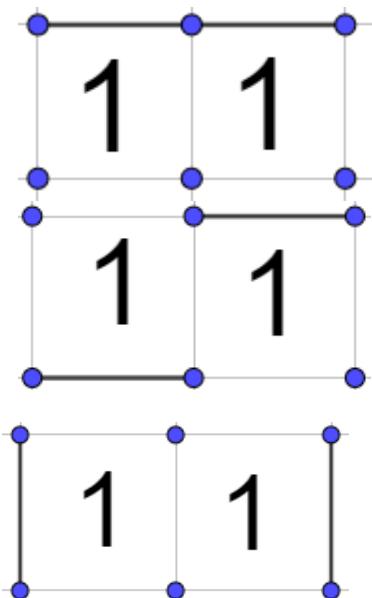
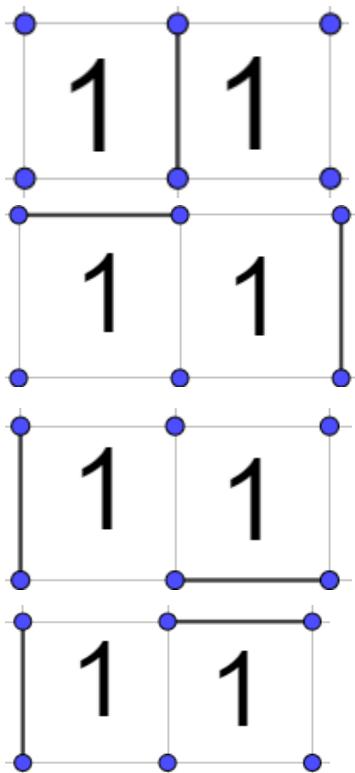


3.單一格數字 3 的畫法

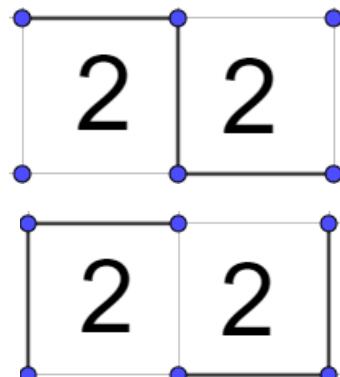
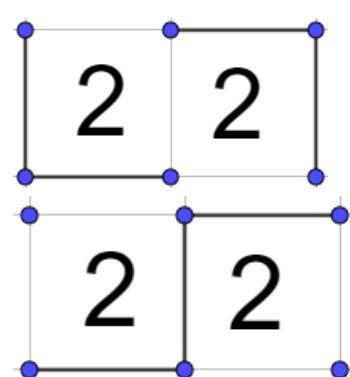
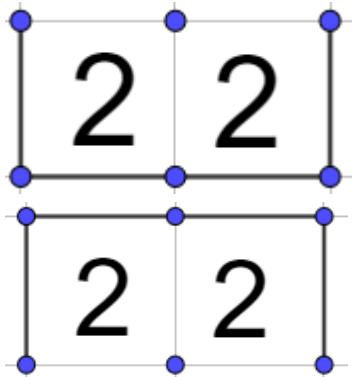


(二) 數字二個以上相鄰的圖形

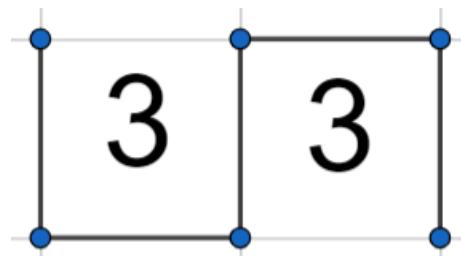
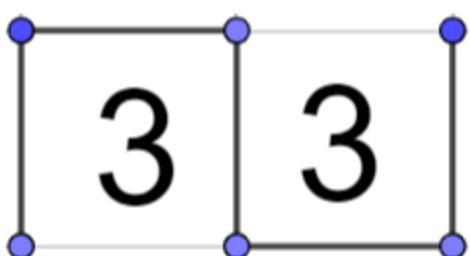
1. 兩格數字 1 的畫法



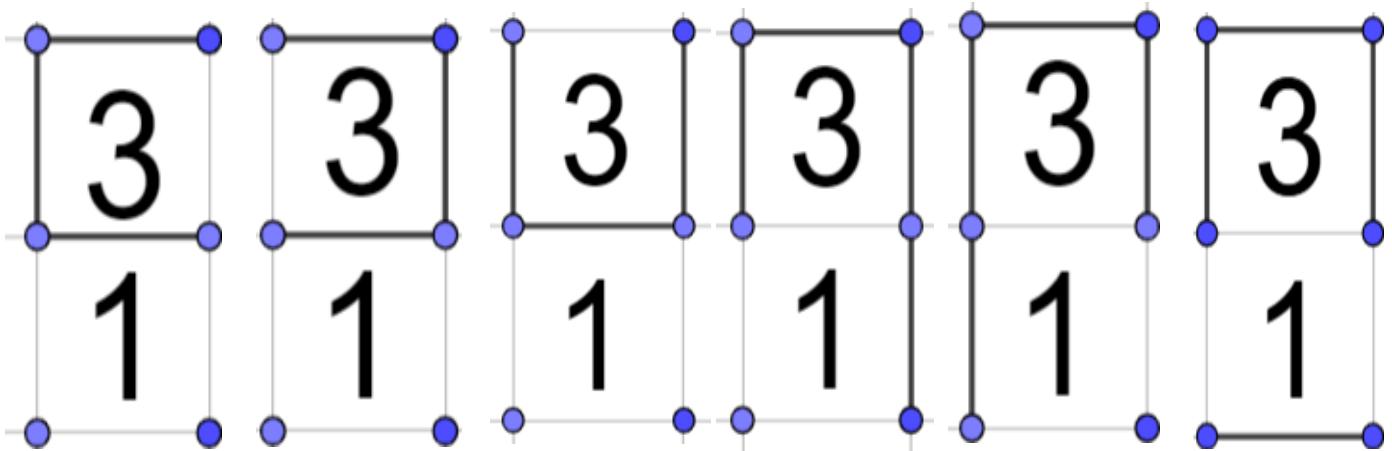
2. 兩格數字 2 的畫法



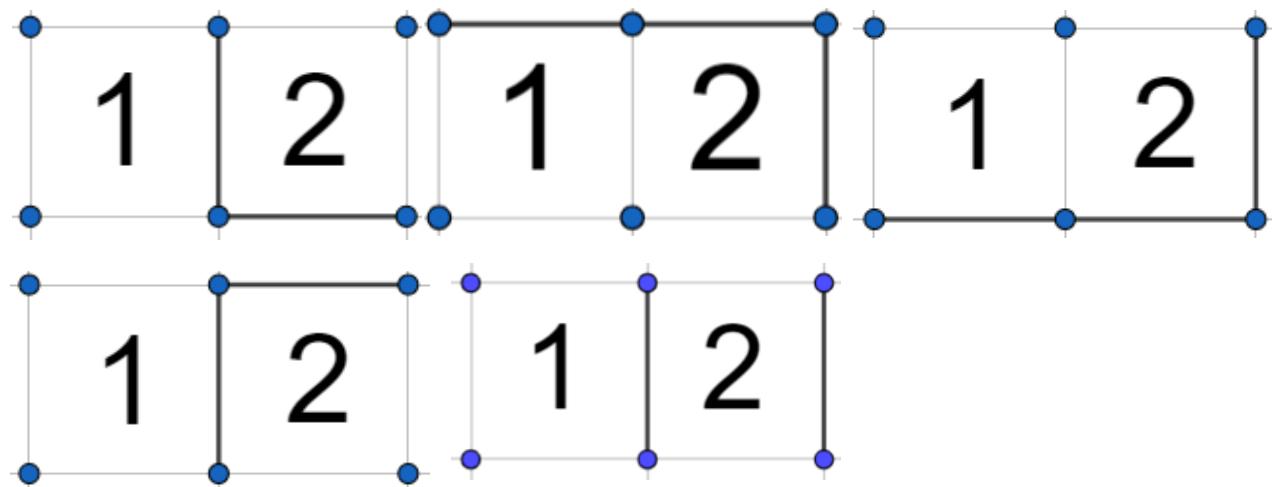
3. 兩格數字 3 的畫法



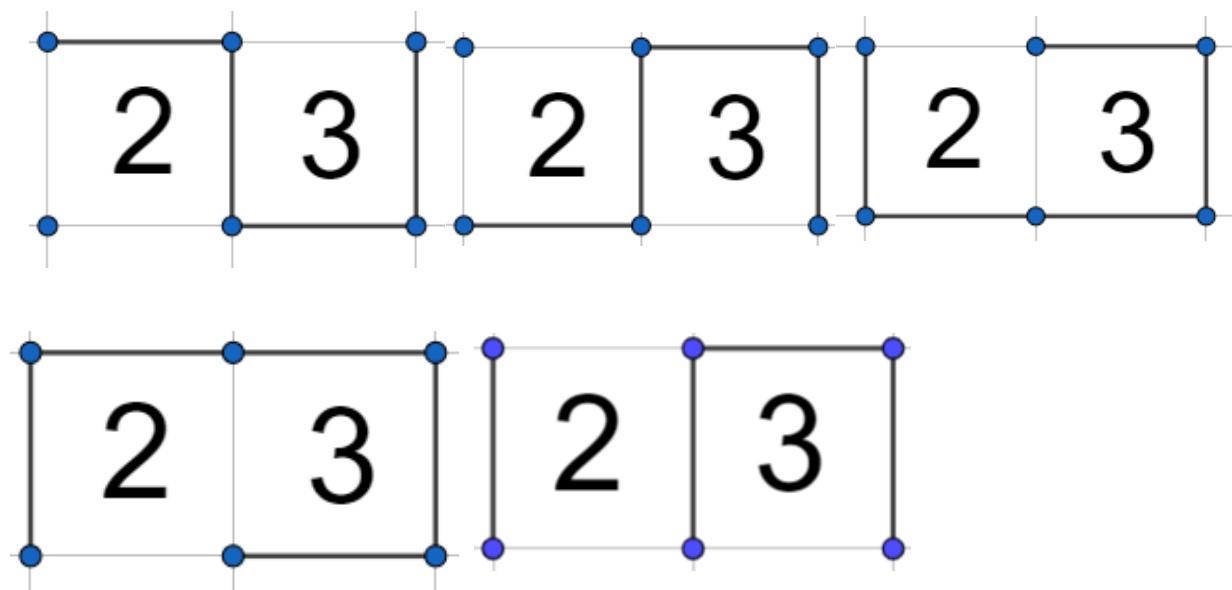
4. 兩個數字 1 和 3 的組合



5. 兩個數字 1 和 2 的組合

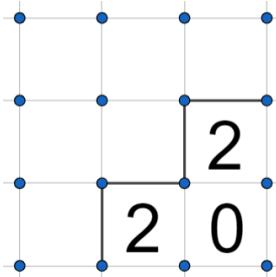


6. 兩個數字 2 和 3 的組合

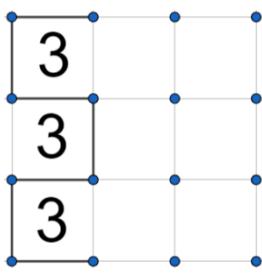


(三)找出特定解

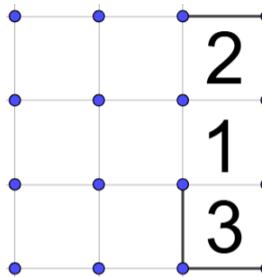
1.在角落



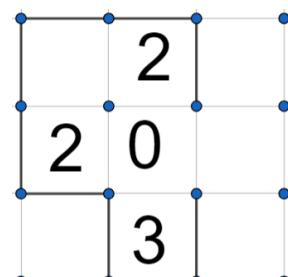
2.在邊上



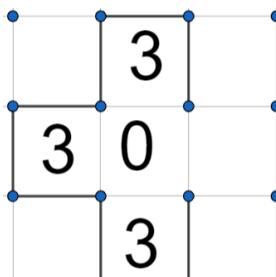
3.在角落



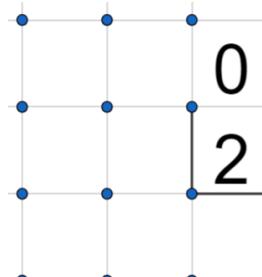
4.任何地方都是唯一



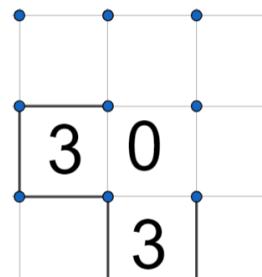
5.任何地方都是唯一



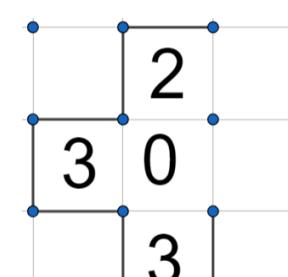
6.在邊上



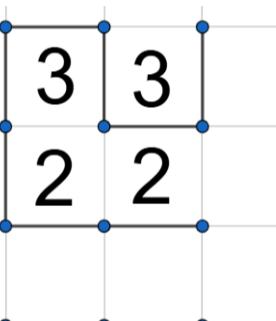
7.任何地方都是唯一



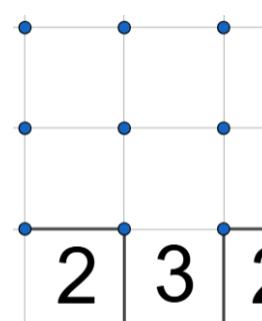
8.任何地方都是唯一



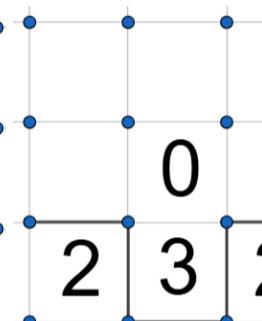
9.在角落



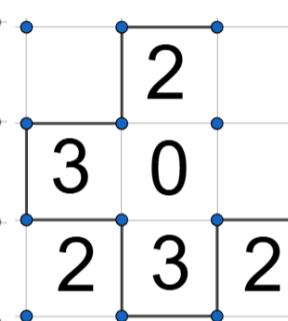
10.在邊上



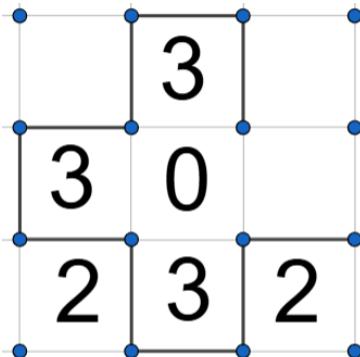
11.任何地方都是唯一



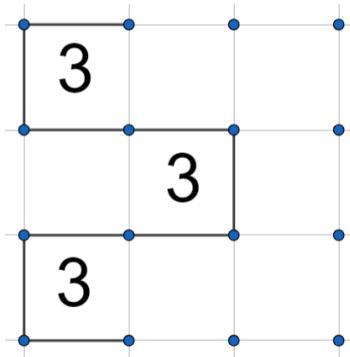
12.任何地方都是唯一



13.任何地方都是唯一



14. 在邊上

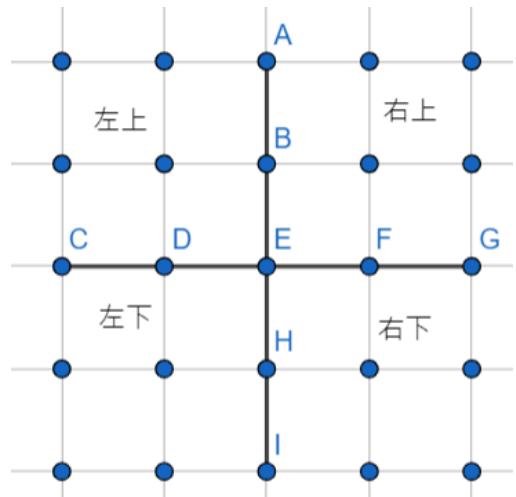


(四)把 4X4 切成四個 2X2 (規劃路線 A-C-I-G-A)

定義 2X2 的位置及十字線上的編號(如右圖)

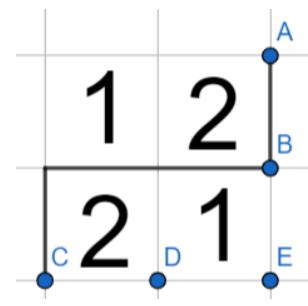
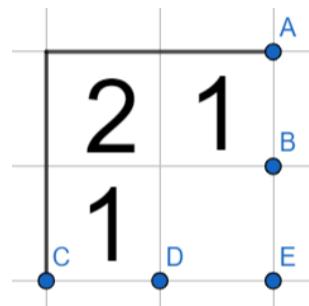
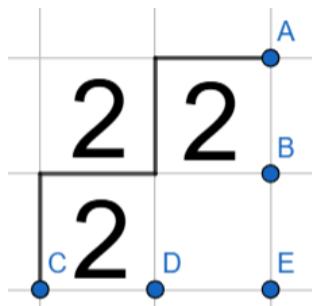
右圖的九個點有接觸到兩個以上的區塊，在拼接的連線才能連線。

例如:左上與右上只有 A 點、B 點和 E 點有接觸到其他區塊，左上的 C 點、B 點能與右上的 B 點、G 點連成無分支的連線，由於連線種眾多，以左上 A 點至 C 點連線(A-C)、左下 C-I、右下 I-G、右上 G-A 為例。

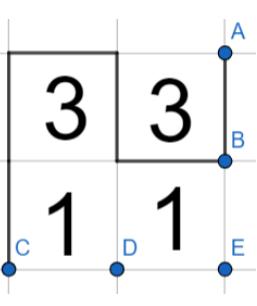


1. 左上 A-C

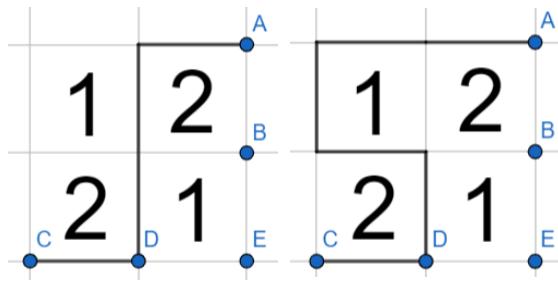
(1) 無重複邊(沒有占用到除 A 點與 C 點以外的點)



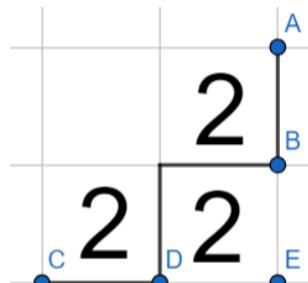
(2) 重複 B 點



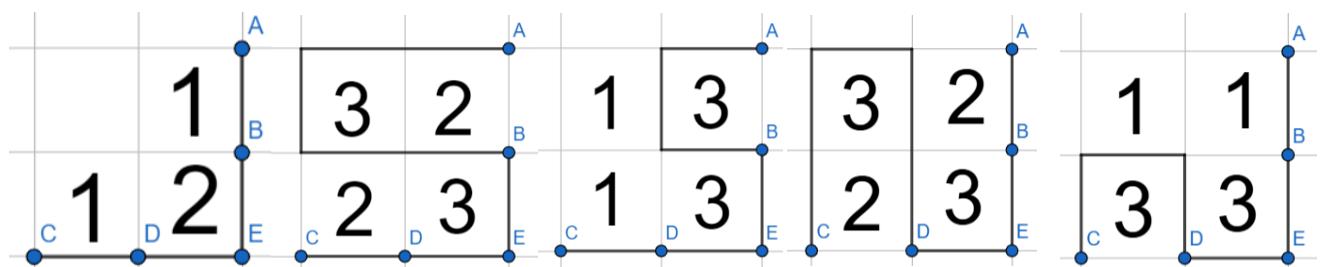
(3) 重複 D 點



(4) 重複 B、D 點

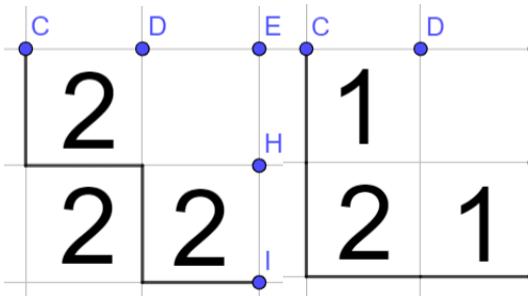


(5) 重複 B、D、E 點

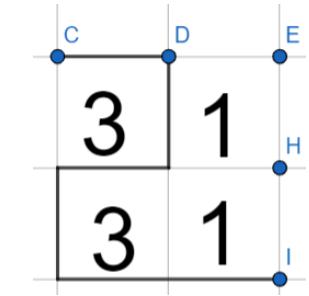
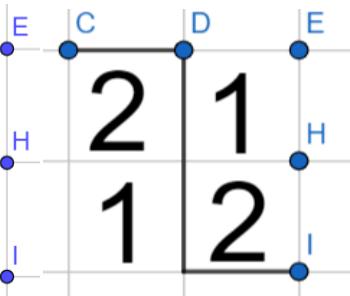


2.左下 C-I

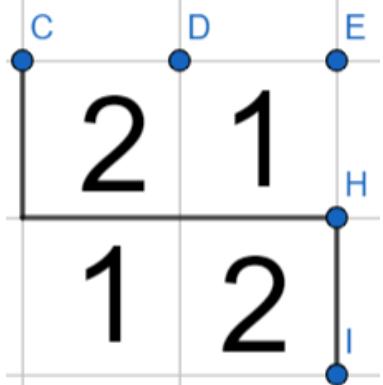
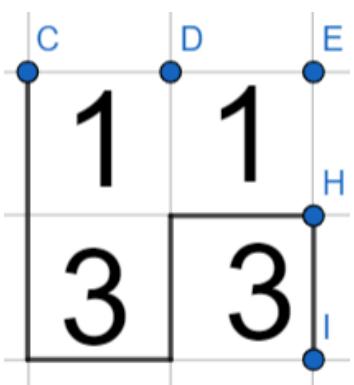
(1)無重複邊



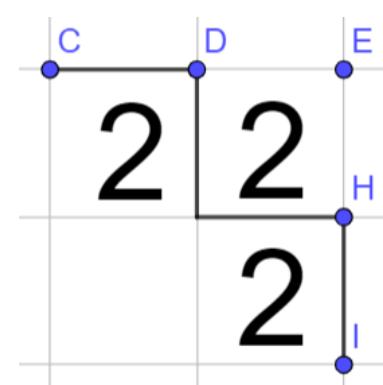
(2)重複 D 點



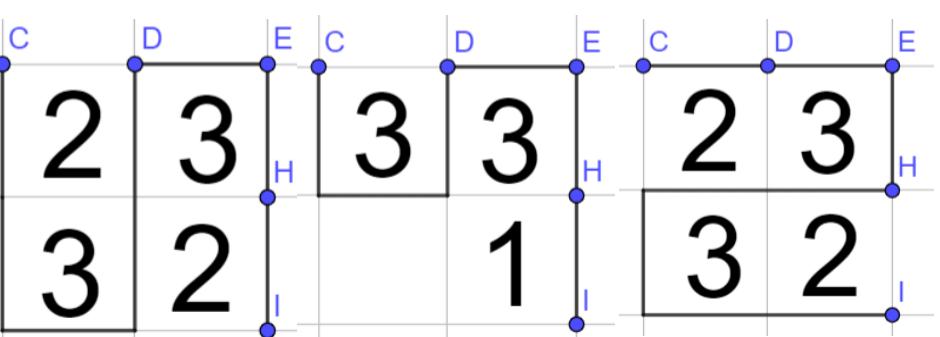
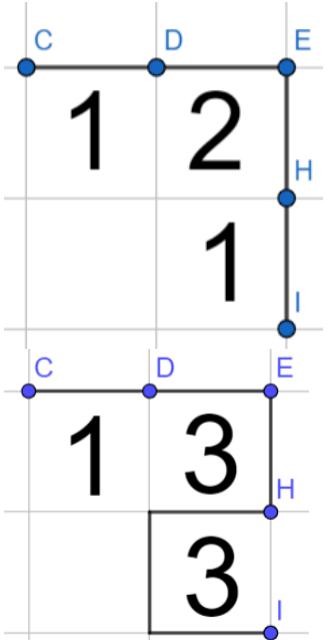
(3)重複 H 點



(4)重複 D、H 點



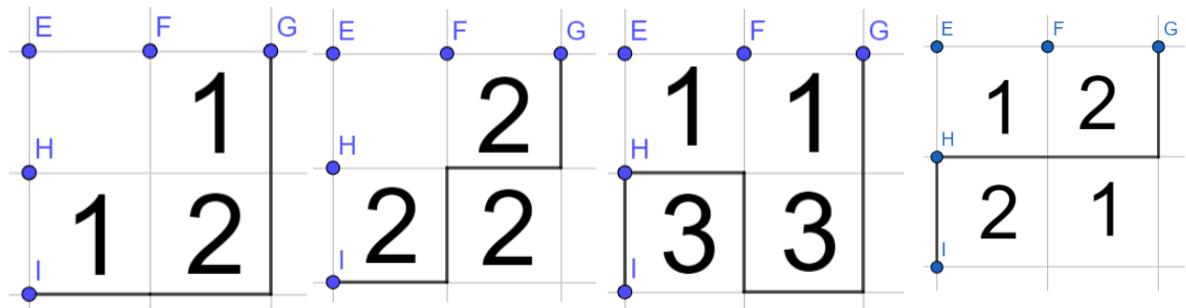
(5)重複 D、E、H 點



3.右下 I-G

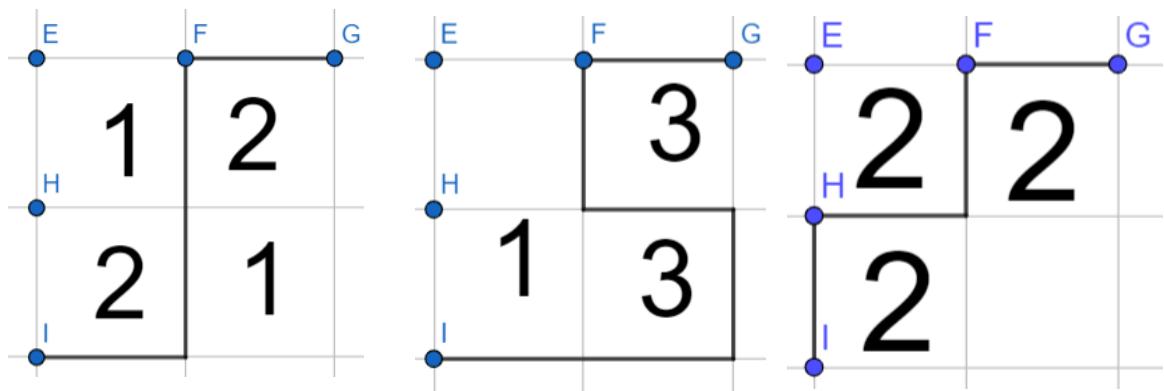
(1)無重複邊

(2)重複 H 點

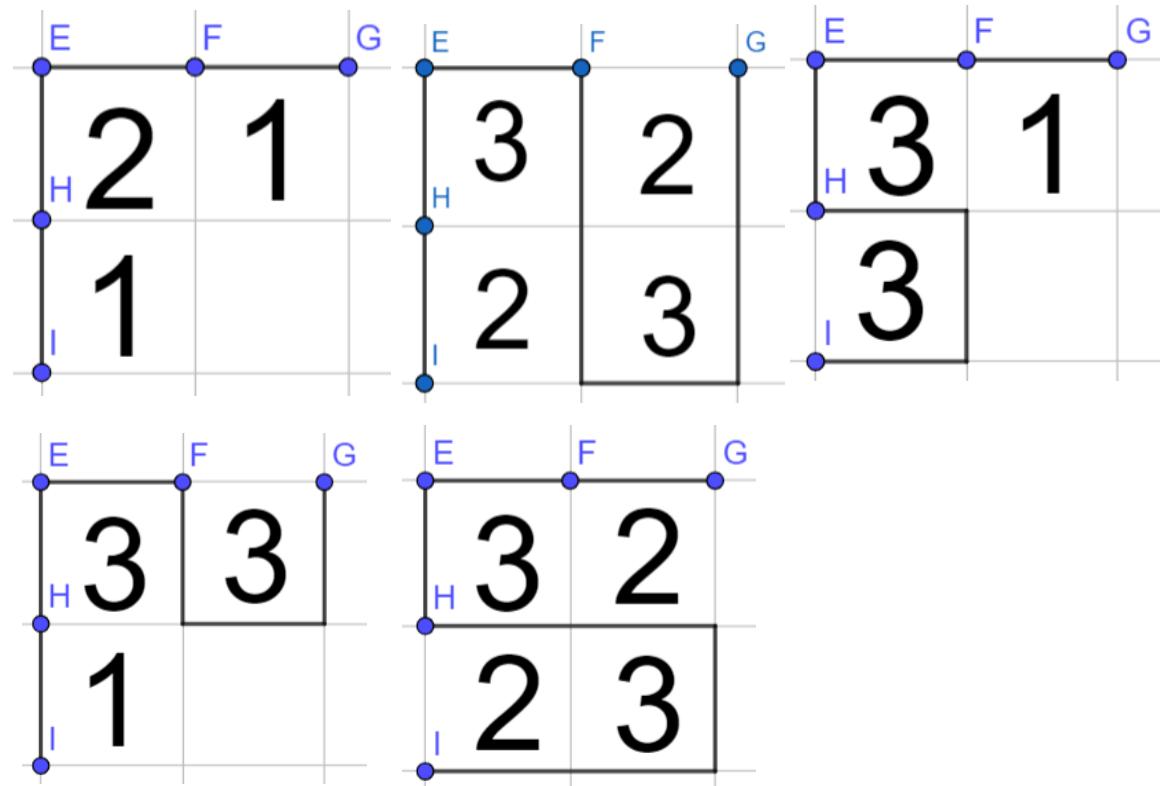


(3)重複 F 點

(4)重複 H、F 點

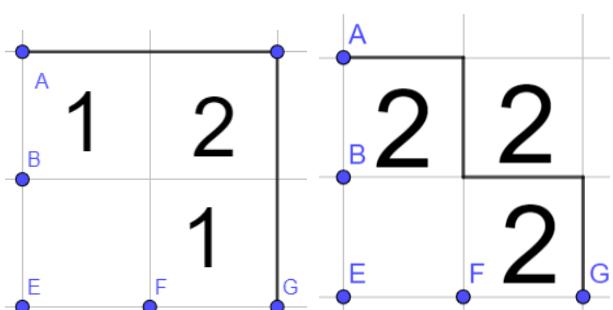


(5)重複 H、E、F 點

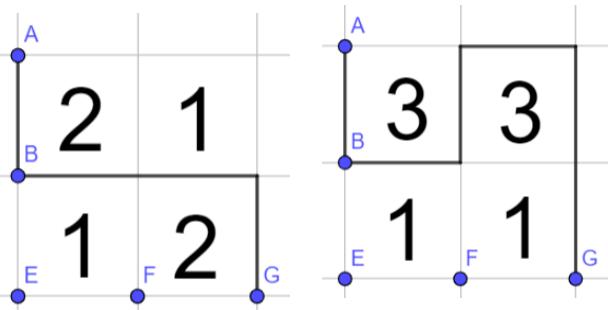


4.右上 G-A

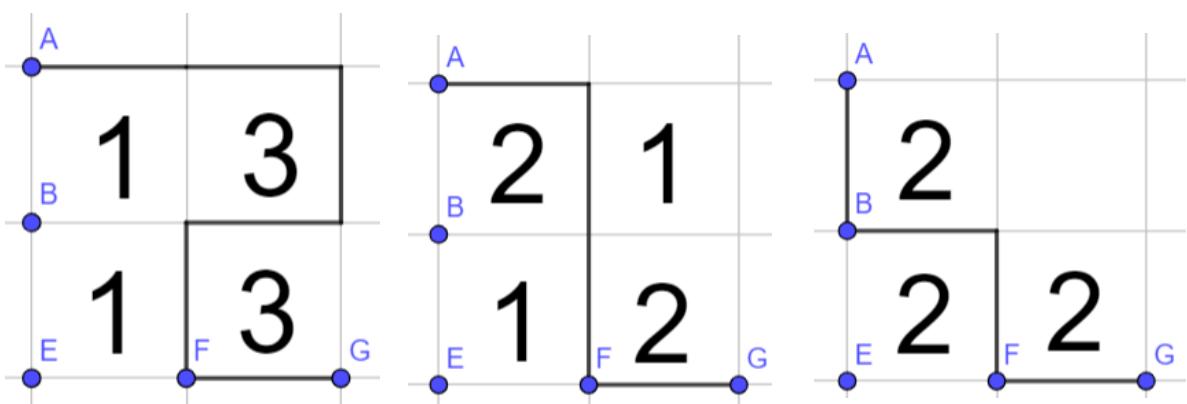
(1)無重複邊



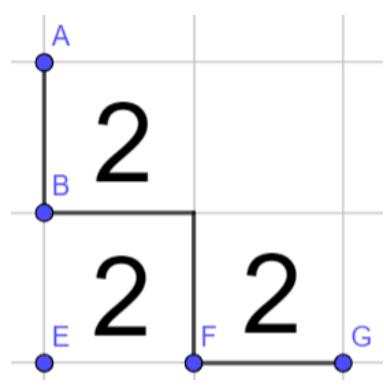
(2)重複 B 點



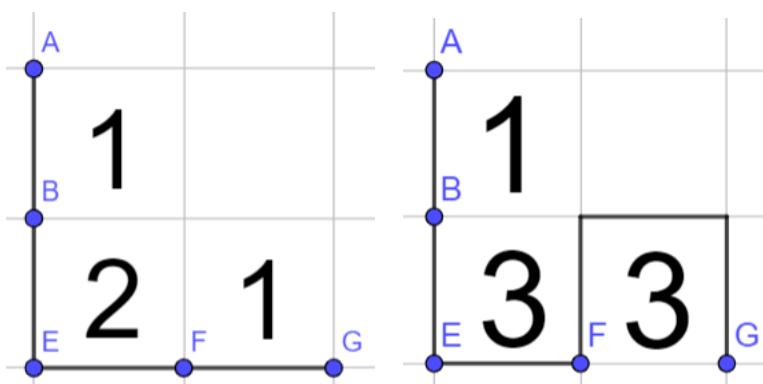
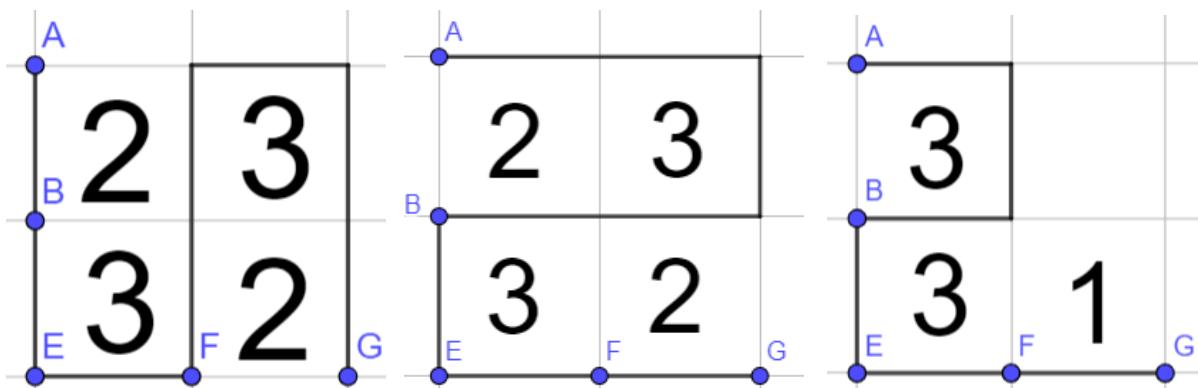
(3)重複 F 點



(4)重複 B、F 點

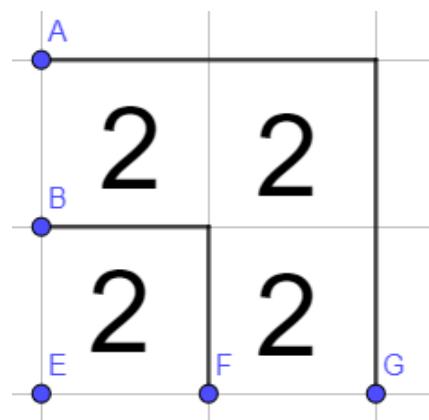


(5)重複 B、E、F 點

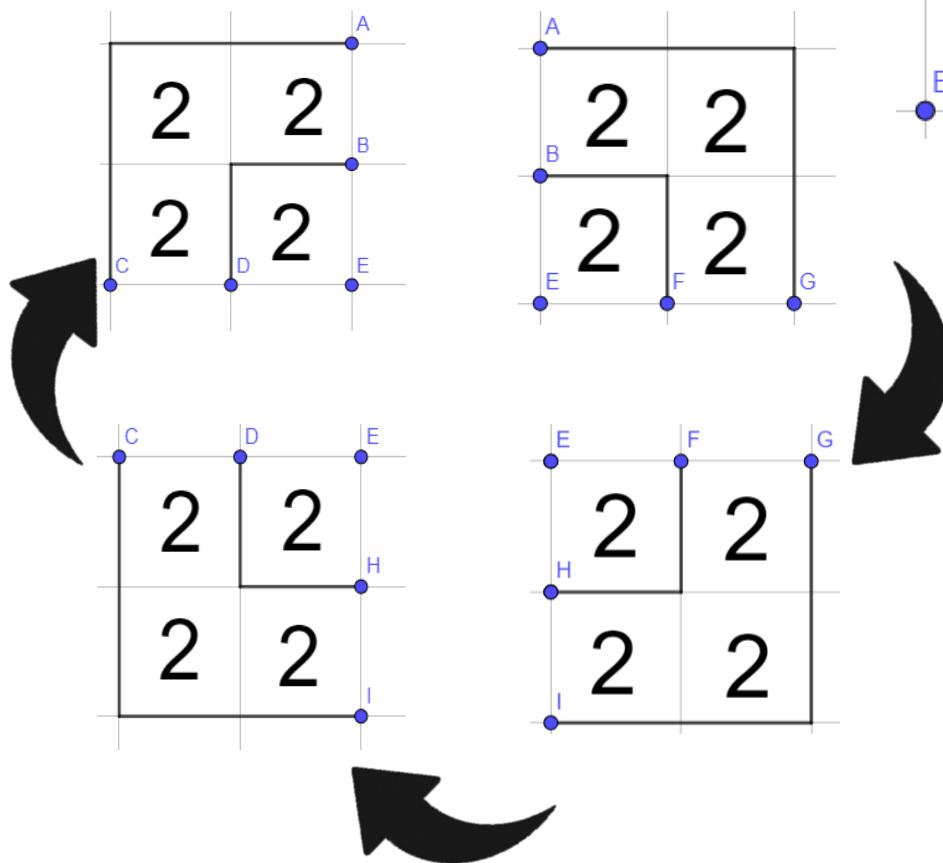


上述討論的線路皆為一點進入、一點出，我們研究出一個區塊內除了一條線，也可以有兩條線進出，稱為雙進雙出。例如(右圖): 線路由 A-G 及 B-F

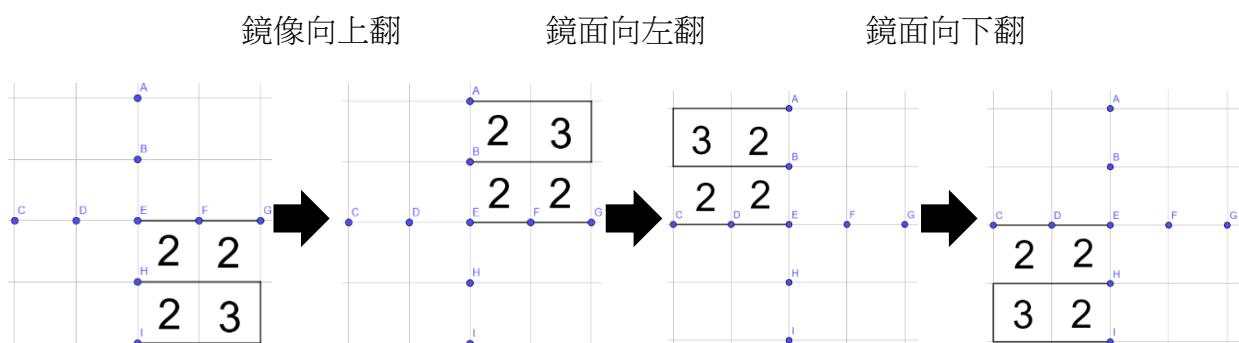
這些線路可經由旋轉、鏡像獲得其他區塊。



1.順時針翻轉九十度

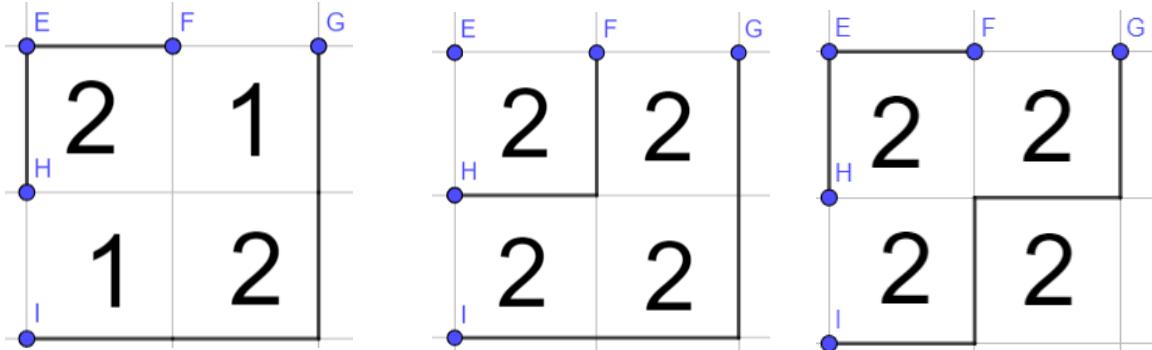


2.鏡像翻轉

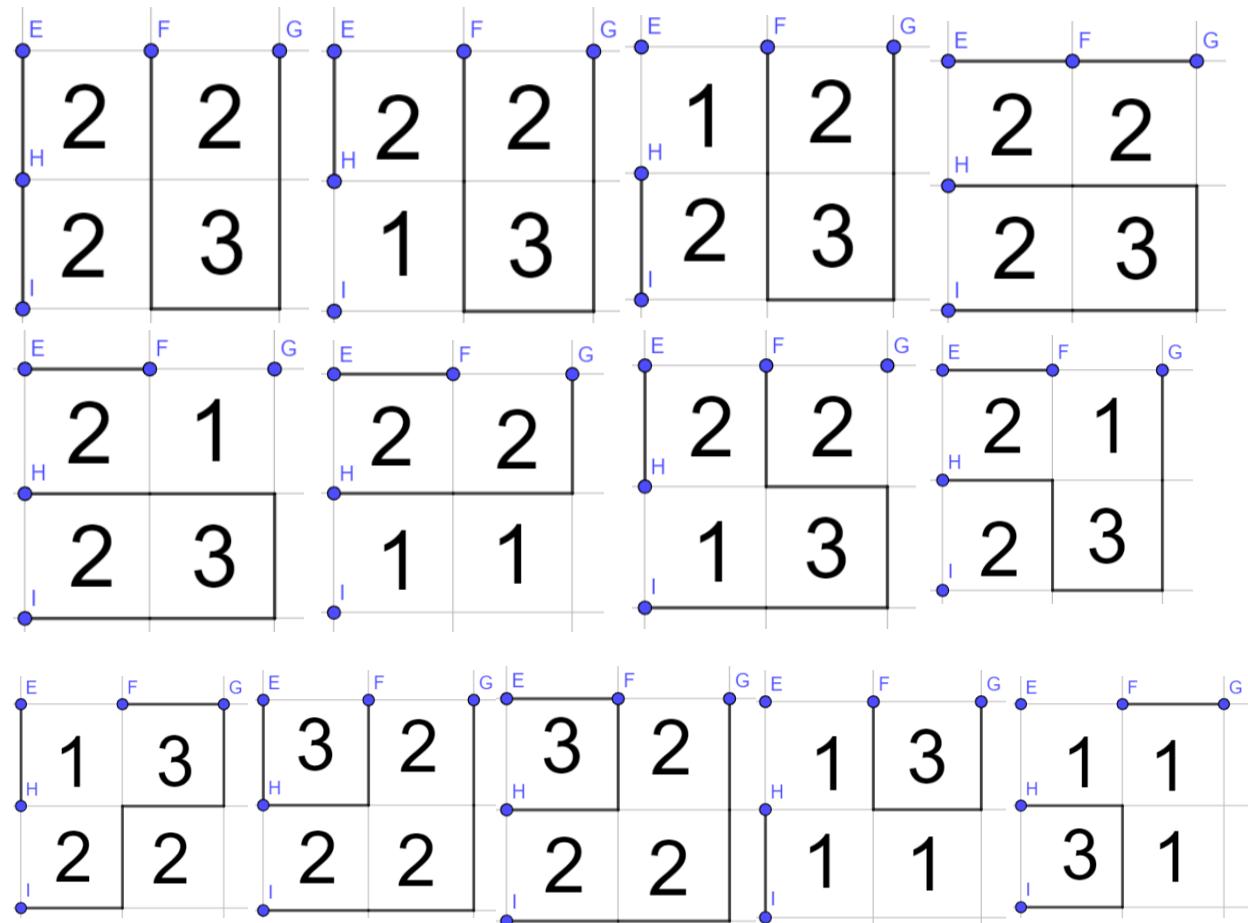


以下為更多雙進雙出的樣式，以右下為範例

翻轉和鏡像後結果相同的圖



翻轉和鏡像後結果不相同的圖

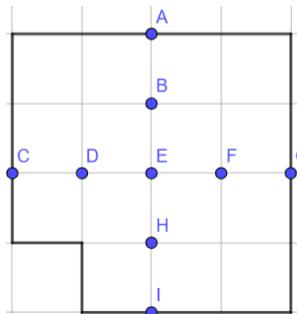


判斷數迴是否為雙進雙出，在數迴中，如果發現有四個或三個 2 在同一個區塊那就是雙進雙出。

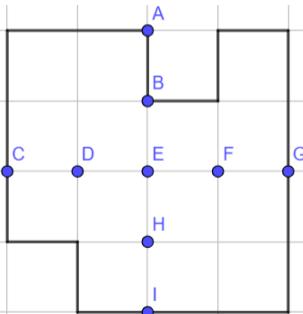
(五)用 2X2 拼數迴

將研究(四)被拆分的 2X2 拼回 4X4，用路線 A-C-I-G-A，分類成有無固定點及固定點數量，路線種類眾多，所以放上一個當範例。

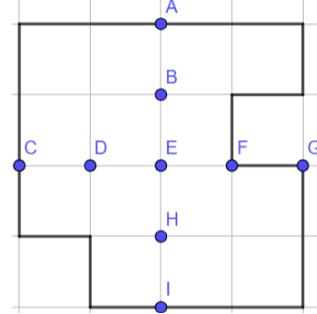
1.無重複點



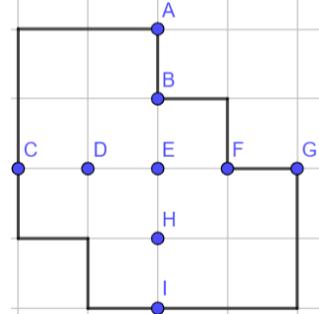
2. 重複 B 點



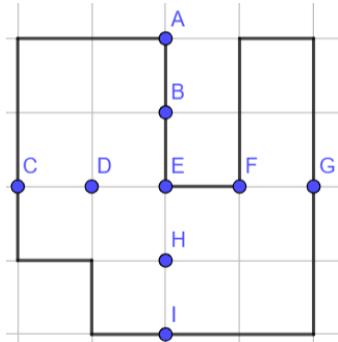
3.重複 F點



4.重複 B、F 點



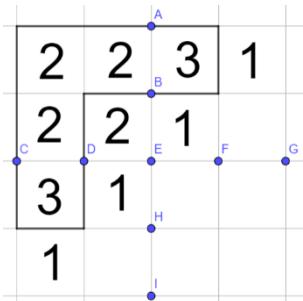
5.重複 B、E、F 點



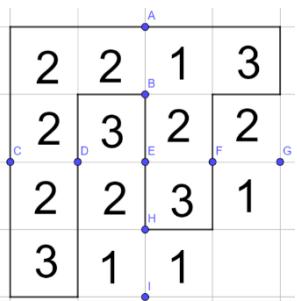
雙進雙出合併成 4X4

例如:把數迴切成 4 塊，一個數迴中能有 0、1、2、4 塊雙進雙出，因為在有三雙進雙出個就會有兩個進，兩個出。

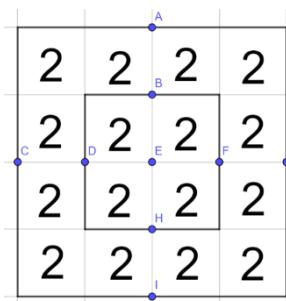
1.一塊雙進雙出



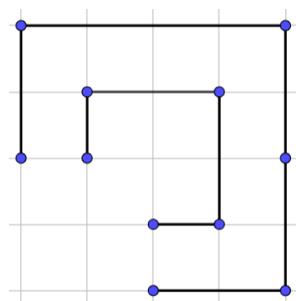
2.二塊雙進雙出



3.四塊雙進雙出



4.三塊不成立雙進雙出

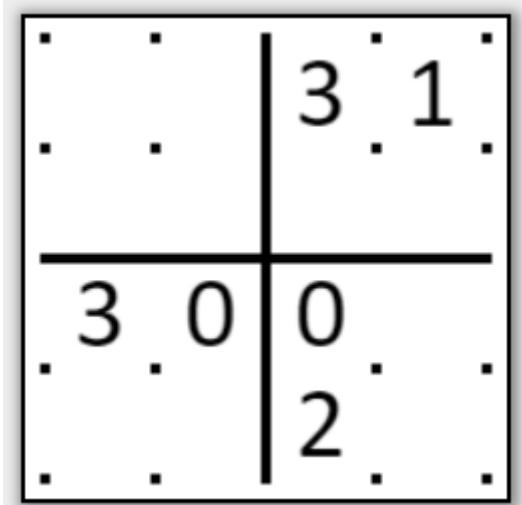
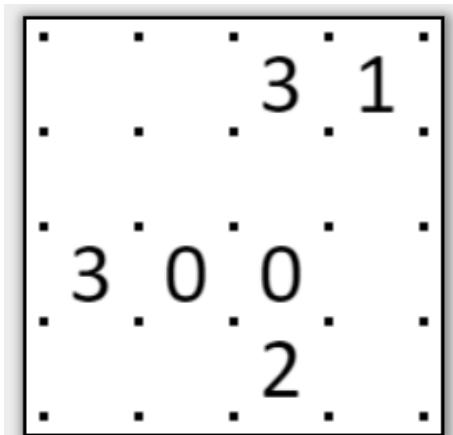


(六)找出快速的方法解出數迴

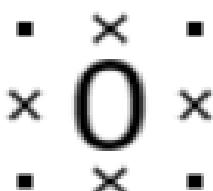
用 4×4 的題目，利用特殊解和切割方法尋求答案，分析出了幾個步驟

下圖為 4X4 題目

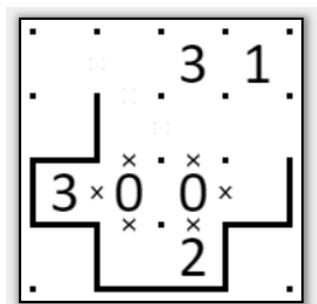
1. 將題目分成四塊



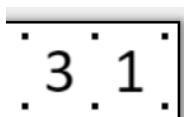
2. 將零旁邊畫 X



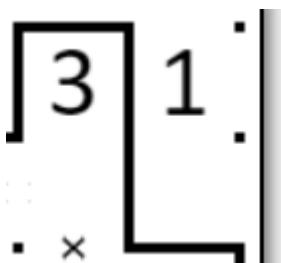
3. 將唯一解的地方畫出來



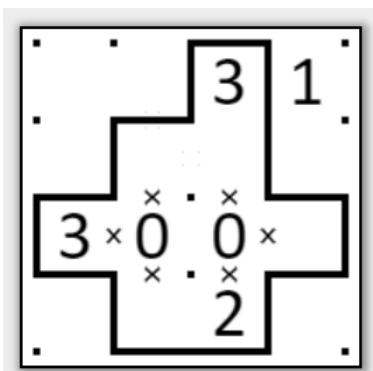
4. 分析右上的 3 與 1



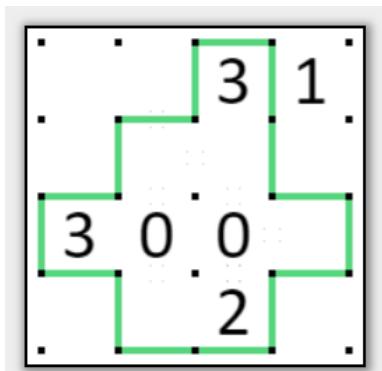
如果不在角落就有很多種可能，下面還有一個



5. 把所有連線連起來



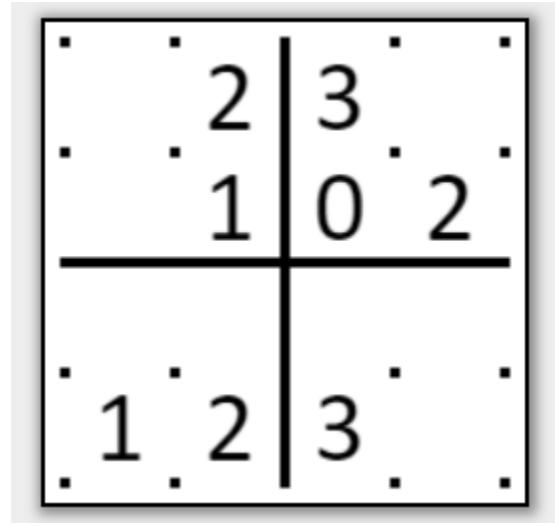
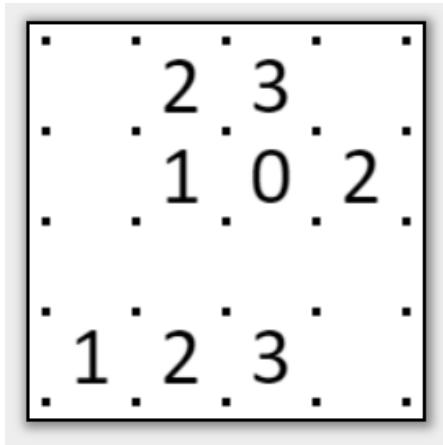
6.成功解題



2.用 4X4 的題目，利用特殊解和切割方法尋求答案，分析出了幾個步驟

下圖為 4X4 題目

1.將題目分成四塊



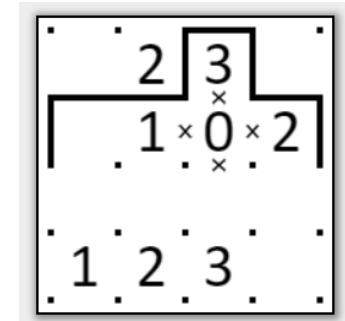
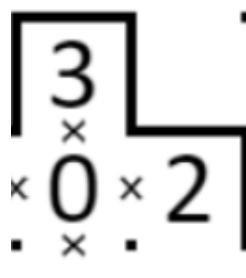
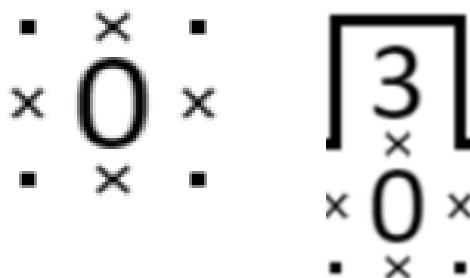
2.將零旁邊畫叉

3.找出特定解

這區塊只能往上連線

然後將 2 連起來

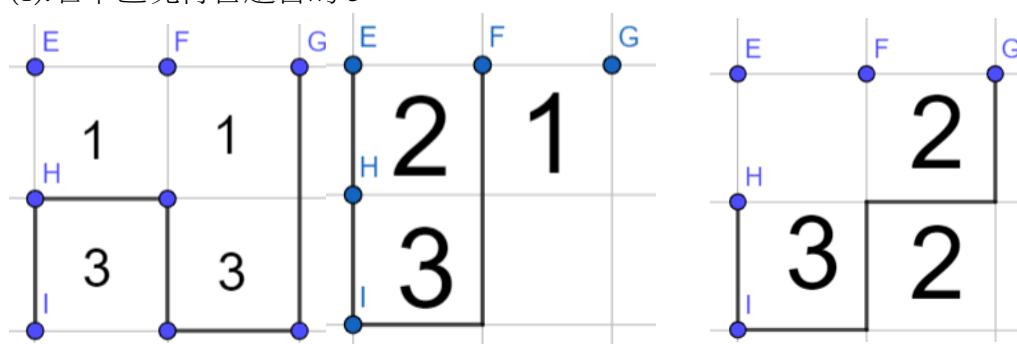
完成上半部(左上、右上)



4.分析下半部的可能性(左下、右下)

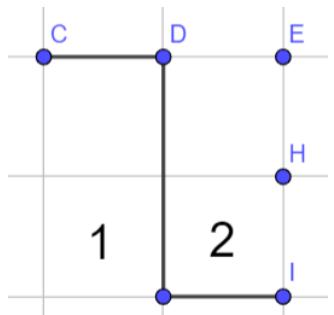
左下有 C-H 及 C-I 兩種可能，右下有 H-G 及 I-G

(1).右下區塊符合題目的 3



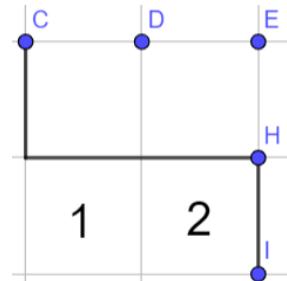
(2)左下

因為 2 的關係，C-H 連線無法成功，只能 C-I

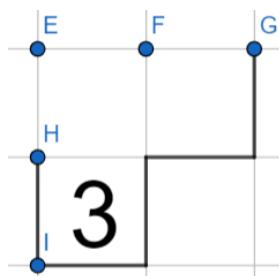
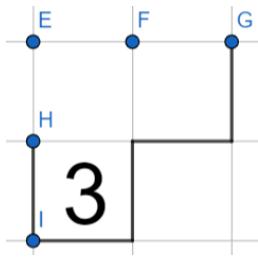
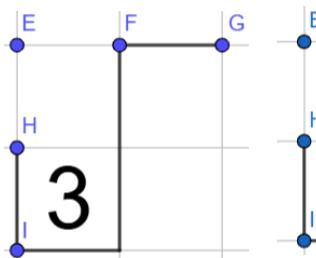


因為連線必須接到 I，
才能符合左圖的 2

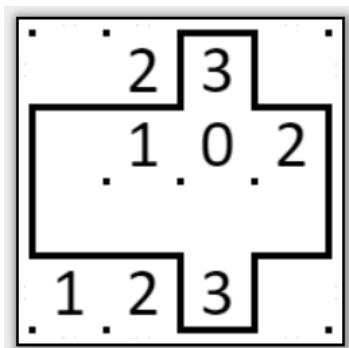
最後選擇這張圖，
才能滿足 3 的條件



5.固定左下的連線後，右下剩下兩種可能 右上的 2 已有兩條線，所以選擇這張圖



6.解出題目



用 4X4 快速解法套用於 6X6 題目

下圖為 6X6

			1		
2			2	2	
0			3		
2	0	0	2		
2	1	1	1	1	
			1	1	

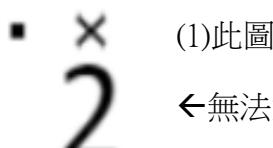
1. 切成 2X2

		1		
2		2	2	
0		3		
2	0	0	2	
2	1	1	1	
		1	1	

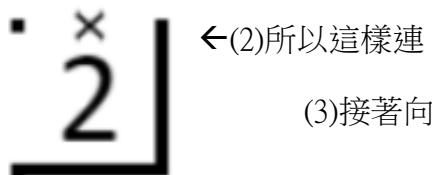
2. 把 0 旁邊畫 X

		1		
2		2	2	
0		3		
2	0	0	2	
2	1	1	1	
		1	1	

3. 找出特定解

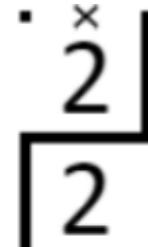


(1)此圖上方
←無法連線

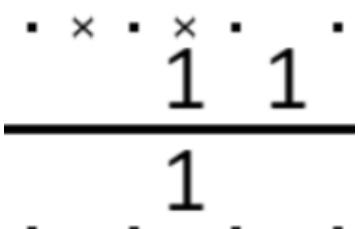


←(2)所以這樣連

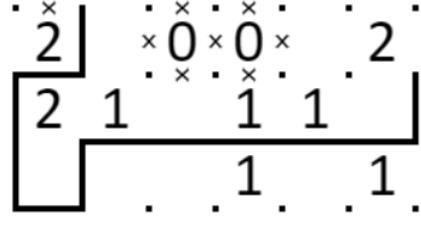
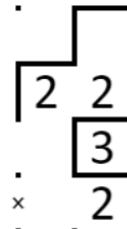
(3)接著向下連→



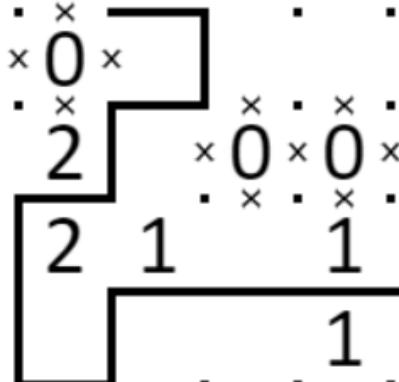
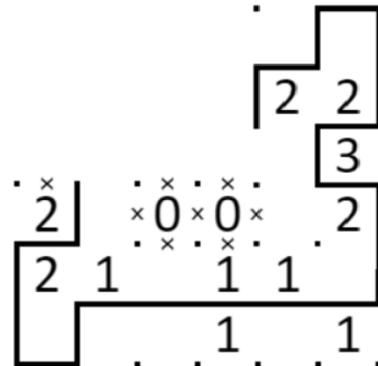
(4)將 1 旁的線連起來



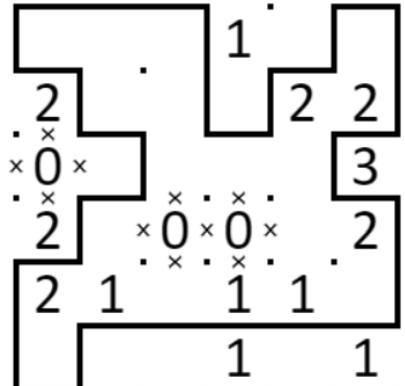
4. 將區塊合併



5. 繞過 0



6. 將線連起來



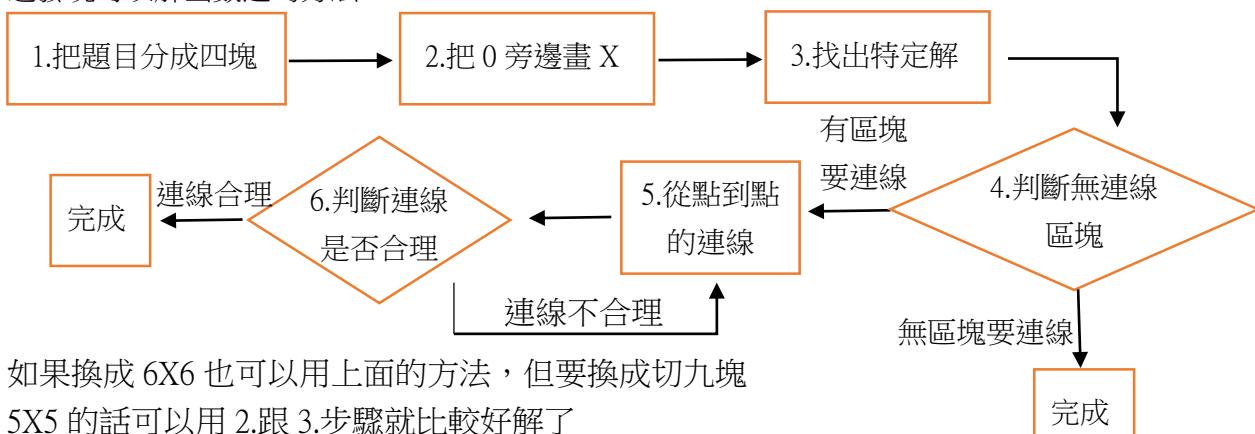
肆、研究結果

我們發現如果要從 2X2 拼回 4X4，要符合以下條件：

(一)一個點只能用 0 或 2 次

(二)AB 擇一，CD 擇一，FG 擇一，HI 擇一，E 可以替代任一個，但是只能用一次(不討論雙進雙出)

還發現可以解出數迴的方法



如果換成 6X6 也可以用上面的方法，但要換成切九塊
5X5 的話可以用 2.跟 3.步驟就比較好解了

(三)單一數字 1、2、3 都只有 4 種一條成形

22 有四種一條成形，有兩種是雙進雙出

11 有三種一條成形，有七種是雙進雙出

33 會是交叉或封閉圖形

12 有四種一條成形

23 也是四種一條成形

13 有五種一條成形

33 有兩種一條成形

(四)唯一解大多是在邊的旁邊或角落

伍、討論

1. 拼出更大的圖形，例如:8X8

2. 找出數迴的更多規律

3. 找出更快解出數迴的方法

4. 研究其他圖形的數迴，例如:長方形、三角形

陸、結論

我們將 4X4 切成 2X2 列出來，在拼回 4X4 發現了可以較快解出數迴的方法，雙進雙出

2X2 有分鏡面和翻轉一樣的圖和鏡面翻轉不一樣的圖，拼成 4X4 時發現特定時候才會有雙進雙出。

柒、資料來源與出處

<https://www.brainbashers.com/slitherlink.asp>

<https://www.kakuro-online.com/slitherlink/>

<https://www.geogebra.org/classic?lang=zh-TW>