

新竹市第四十三屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：物理

組 別：國中甲組

作品名稱：波中「針」意-電阻測量法應用於水波波群傳遞的探討

關 鍵 詞：波浪、波速、波群

編號：

摘要

海浪能量傳播過程波通常成群向外傳播，波浪所造成的波群(波包)真的能觀察到嗎？實驗一我們利用水波水位高度變化所造成電阻變化，研發能準確測量波速的測量工具。自製電阻測量儀探針間距減少電阻值會跟著下降，且測量工具於固定電阻 $R=220$ 歐姆時，有較好的靈敏度。透過記錄水波傳遞過程電阻變化，能準確掌握水波波峰移動。實驗二水波電阻測量法於實驗取樣週期 50ms，測得水深度 10cm 水波波速為 64(cm/sec)。根據實驗三結果顯示水位愈深，波速愈快，波速 $\propto \sqrt{\text{水深度}}$ 。實驗四調整水道前後高度製造不同波長的入射波及反射波重疊，發現約 3.5sec 會出現一個波群，入射波與反射波波長差越大，波群越不明顯，透過水波電阻測量能明確觀察水波波群。由 GGB 模擬具波長差的行進波重疊，都能發現波群的現象，且波群長度由波長差決定。波長差越大，波群長度越短愈不明顯。實驗五波群週期不隨水溶液黏滯性變大而改變，波群峰值隨時間呈指數衰減，且黏滯性愈高的液體產生的波群數量明顯越少，且振幅也較小，顯示低黏滯性液體波動能夠持續較久，能量散失較慢。

壹、研究動機

海浪也是自然界中重要的動力現象，影響全球海洋環境與人類活動，也在航運安全、氣候變遷，還是海岸線的演變上，海浪都扮演著不可忽視的角色。國二理化課學到波動主題談到海浪傳播過程波通常成群向外傳播，波群移動的速度為群速度，也就是波浪能量傳播的速度，我們好奇是否有機會於實驗室真的觀察到波重疊後的波群現象，並對其產生原因進一步探究。

貳、文獻探討

一、波浪運動

波長越長波速越快，水深越淺波速越慢。水深大於一半波長時，稱為深水波(deep water waves)，波速 $v = 1.25\sqrt{L}$ ， v 之單位為 m/sec， L 為公尺。當水深小於 1/20 波長時，稱為淺水波(shallow water waves)，波速與水深有關，公式為 $C = 3.13\sqrt{d}$ ， d 為水深，單位為公尺

二、波群

水波在傳遞的過程當中，當兩個波長不一樣的波互相疊加時，容易產生的現象稱為波包(Wave Packet)或波群。波包為局限於限制區域當中的波動，波包移動的速度為群速度，也就是波浪能量傳播的速度。群速度 (group velocity)，或簡稱群速，是指波振幅外形上的變化在空間中所傳遞的速度。

參、實驗目的

<一>測量工具的研發

- 一-1 造浪器的實驗裝置設計
- 一-2 數位水波電阻測量儀的研發
- 一-3 探針的設置方式對水位電阻的影響

<二>探討電阻測量法於水波波速測量的應用

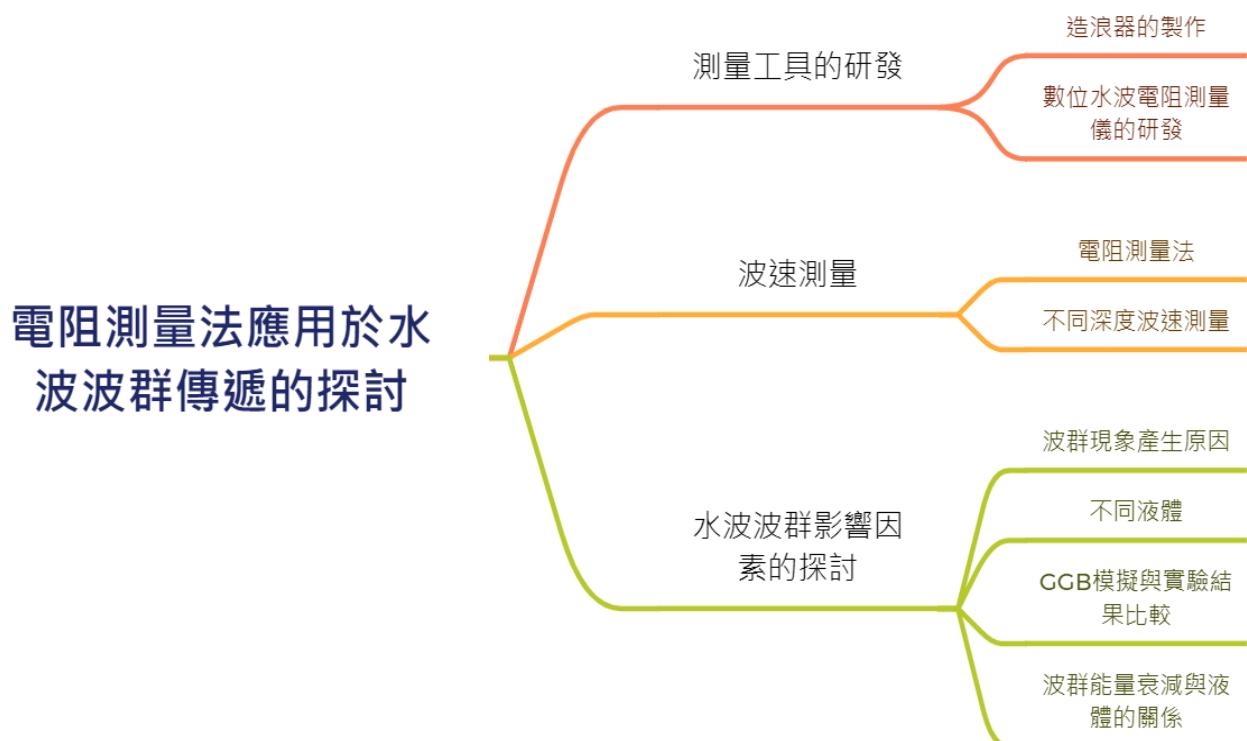
- 二-1 起浪板啟動方式對水波產生的影響
- 二-2 水波波速的測量

<三>探討不同深度水波波速的變化

<四>水波波群影響因素的探討

<五>波群能量衰減與液體關係

實驗概念圖:



肆、研究設備及器材

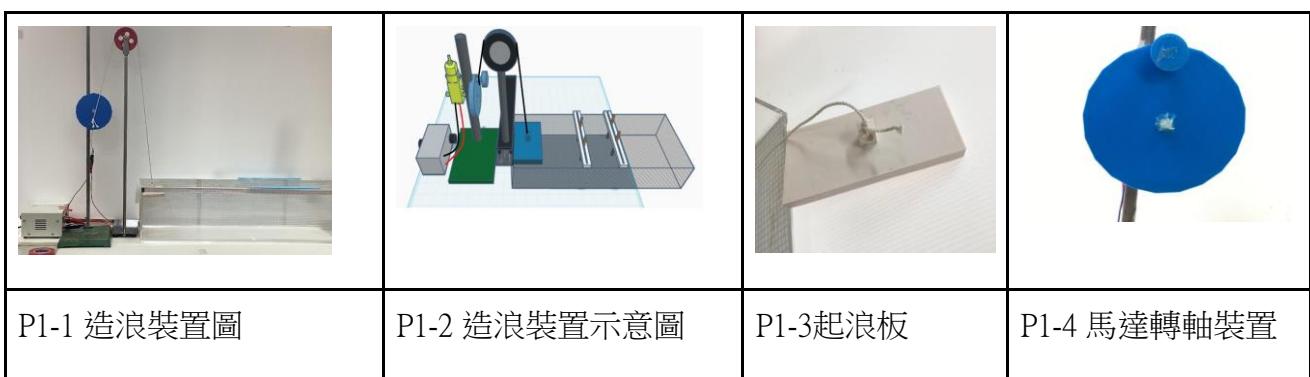
Arduino 板	鱷魚夾	1:220 馬達	壓克力盒(長*寬*高) (20cm*1.5cm*12cm)	單心線	棉線	木板
電源供應器	延長線	熱熔膠槍	水波盒(長*寬*高) (100cm*20cm*15cm)	杜邦線	銅線	滑輪
塑膠瓦楞板	大頭針	光敏電阻	起浪板(15cm*6cm*1cm)	麵包板	捲尺	抹布
吸水器	延長線	3D 列印	方格紙	雙面膠	支架	膠帶

伍、研究過程或方法

實驗一、測量工具的研發

實驗一-1 造浪器的實驗裝置設計

一、造浪器實驗裝置圖:



實驗步驟:

- (1)造浪裝置圖如 P1-1 及 P1-2 所示，取一個長寬高分別為 100cm、20cm、15cm 的透明壓克力盒作為產生波浪的水道
- (2)將最小刻度 1mm 的尺規貼紙黏貼於水道側邊
- (3)利用直流電源供應器提供 12V 電源驅動馬達(1:220)
- (4)起浪板(P1-3)利用電源供應器提供 12v 驅動馬達轉軸(P1-4)帶動撞擊水面產生水波

二、造浪器起波頻率測量

造浪器起波頻率測量原理:

起波器頻率測量裝置(P1-5)乃利用光敏電阻被照光與不被照光，具備電阻值不同之特性作為感測物體是否經過之依據，並利用程式控制進行偵測及取得微處理器(如:Arduino 開發板)之計時器的時間，記錄連接馬達轉軸(P1-4)的遮板連續 2 次遮住照射光敏電阻的雷射光的時間間

隔，以達成計時的目的。

起波器頻率測量裝置電路圖(P1-6)，迴路電壓 $V=V_1+V_2$ (V_1 為光敏電阻之電位差， V_2 為電阻之電位差)(R_1 為光敏電阻的電阻值， R_2 為 4.7K 歐姆的固定電阻)

$$V = V_1 + V_2 = IR_1 + IR_2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

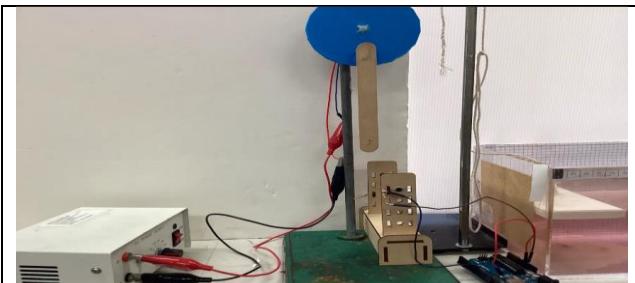
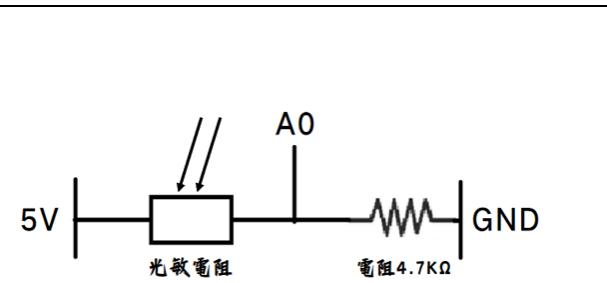
$$V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$V_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

當光敏電阻受到光照時， R_1 變小，由式②可知 V_1 變小，當光敏電阻受到阻擋時， R_1 變大，由式②可知 V_1 變大，因為迴路電壓 V 固定，透過起波器頻率測量裝置電路(P1-6)，光敏電阻由照光轉為遮光時， A_0 讀值會由高轉低，經程式判斷後即可達到測量起浪器起浪頻率的目的。

造浪器起波頻率的測量方法：

- (1)造浪器(P1-3)利用馬達驅動馬達轉軸(P1-4)帶動產生水波
- (2)利用直流電源供應器提供馬達 12 伏特電源，啟動造浪器來撞擊水面產生水波
- (3)利用起波器頻率測量裝置(P1-5)，記錄連續 2 次造浪器撞擊水面時間，測量起浪器起浪頻率

	
P1-5 起波器頻率測量裝置圖	P1-6 起波器頻率測量裝置電路圖

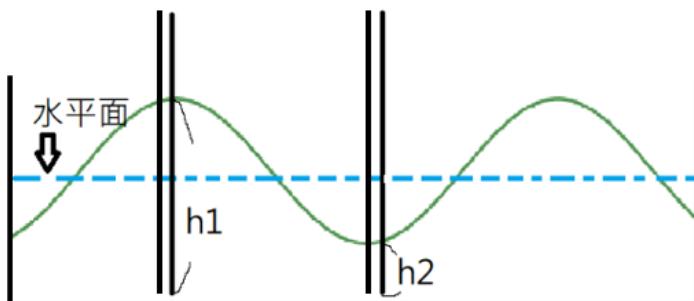
實驗一-2 數位水波電阻測量儀的研發

實驗透過固定電阻 R_1 與液體內探針所測得電阻串聯，實驗裝置透過 Arduino 程式讀取液體電阻的電位值 A_0 ，因固定電阻 R_1 的大小會影響水波經過探針時 A_0 讀值的變化，本實驗將透過固定電阻 R_1 的電阻調整，找到合適應用於水波經過探針時，能透過水位電阻變化區辨別水波水位高低變化的水波電阻測量儀器。

實驗裝置:

		<pre> graph LR V[5v] --> R1[R1] R1 --> A0[A0] A0 --> R2[R2] R2 --> GND[GND] </pre>
P1-7 水波電阻測量儀裝置圖	P1-8 液體電阻測量裝置圖	P1-9 水波電阻測量儀電路圖
P1-10 探針定位模組示意圖(孔心到孔心 0.4cm)		

實驗原理:



P1-11 水波不同位置與探針接觸的長度示意圖

當水波經過探針時，探針沒入水中長度示意圖(P1-11)，波峰經過探針，探針沒入水中長度 h_1 ，波谷經過探針，探針沒入水中長度 h_2 ($h_1 > h_2$)，(1-9)為水波電阻測量儀電路圖，迴路電壓 $V=V_1+V_2$ (V_1 為固定電阻 R_1 之電位差， R_2 為探針沒入不同深度水深之電阻， V_2 為 R_2 電位差)

$$V = V_1 + V_2 = IR_1 + IR_2 \quad \dots\dots (1)$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad \dots\dots (2)$$

$$V_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \quad \dots\dots (3)$$

水波電阻測量儀固定電阻 R_1 與液體內探針所測得電阻 R_2 串聯，固定電阻 R_1 接至 Arduino 5V 腳位，沒入液體探針連接 GND，實驗裝置透過 Arduino 程式讀取 A_0 類比式訊號，讀值將迴路電壓 5V 以 0 到 1023 數值顯示，當探針沒入不同深度水深電阻 R_2 不同，探針沒入深度較大(P1-11 探針液面下深度 h_1)電阻 R_2 較小，由式③可知 V_2 變小，探針沒入深度較小(P1-11 探針液面下深度 h_2)電阻 R_2 較大，由式③可知 V_2 變大，當水波波峰經過探針時，探針沒入水中深度較大，探針電阻 R_2 較小， A_0 讀值較小，當水波波谷經過探針時，探針沒入水中深度較小，探針電阻 R_2 較大， A_0 讀值較大。透過 P1-9 的電路，當探針沒入水面下深度不同時，因電阻 R_2 電阻改變導致 A_0 讀值變化，透過 A_0 讀值變化可用於判斷水波波浪的變化情形。

實驗步驟:

- (1) 將方形壓克力盒長寬高(20cm*1.5cm*12cm)，再將 3D 列印模組(共 37 個定位點)裝上如 P1-8
- (2) 將方形壓克力盒加入 10cm(水位高度 20 格方格紙)高的水如 P1-7
- (3) 將固定電阻 $R_1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，水波電阻測量儀電路圖如 P1-9，利用 Arduino 提供迴路 5V 的電源
- (4) 將探針 A 置於定位模組位置 1，探針 B 至於定位模組位置 2
- (5) 啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A_0
- (6) 重複步驟(3)~(5)，改變探針 B 於定位模組位置，每次向右移動一格，直到探針 B 位於定位模組位置最右邊一格(編號 37)
- (7) 改變 R_1 電阻($1k\Omega$ 、 $2.2k\Omega$ 、 $5.1k\Omega$)，重複步驟(3)~(6)
- (8) 實驗結果記錄於 P1-14

實驗一-3 探針的設置方式對水位電阻的影響

實驗步驟:

- (1) 實驗裝置圖如 P1-7
- (2) 將方形壓克力盒(長寬高)(20cm*1.5cm*12cm)，再將 3D 列印模組(共 37 個定位點)裝上如 P1-8
- (3) 將方形壓克力盒加入 10cm(水位高度 20 格方格紙)高的水如 P1-7
- (4) 將固定電阻 $R_1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，水波電阻測量儀電路圖如 P1-9，利用 Arduino 提供迴路 5V 的電源
- (5) 將探針 A 置於定位模組位置 17，探針 B 至於定位模組位置 19，A、B 探針沒入液面下長度 10cm

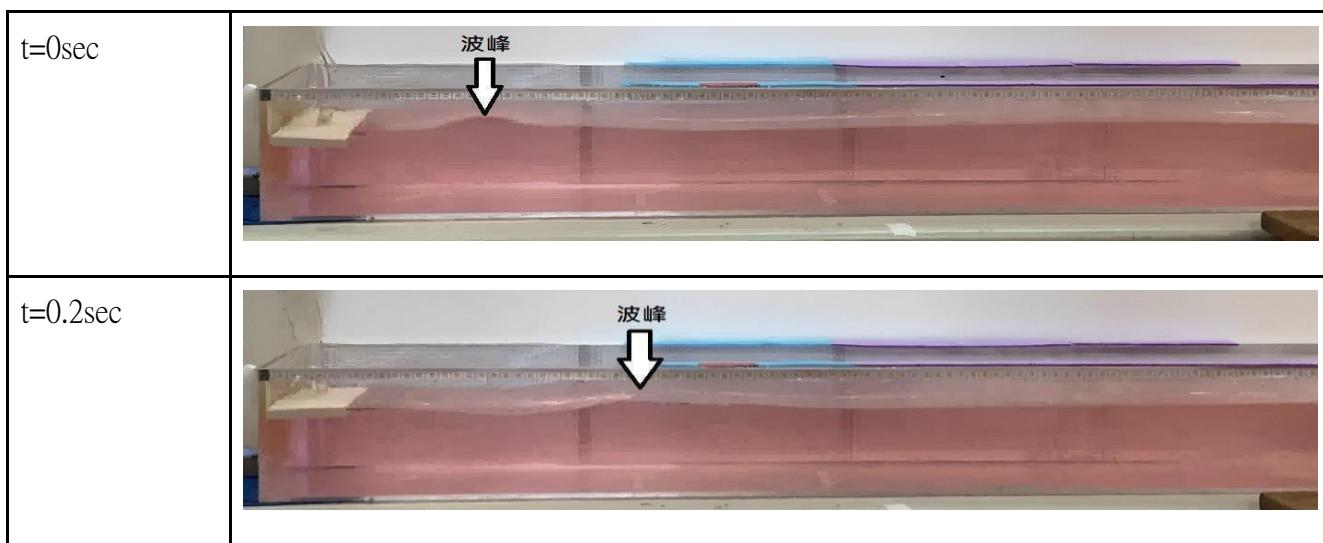
- (6) 啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0
- (7) 重複步驟(4)~(6)，改變探針沒入液面下長度，每次抬高 0.5cm(1 個方格)
- (8) 實驗結果記錄於 P1-14
- (9) 改變步驟(5) B 探針沒入液面下長度，每次抬高 0.5cm(1 個方格)
- (10) 重複步驟(6) 將實驗結果記錄於 1-15

實驗結果與討論分析:

實驗一-1

(一) 造浪器起波頻率: 造浪器連續 2 次撞擊水面時間 551.75(ms) , 頻率 1.81 Hz

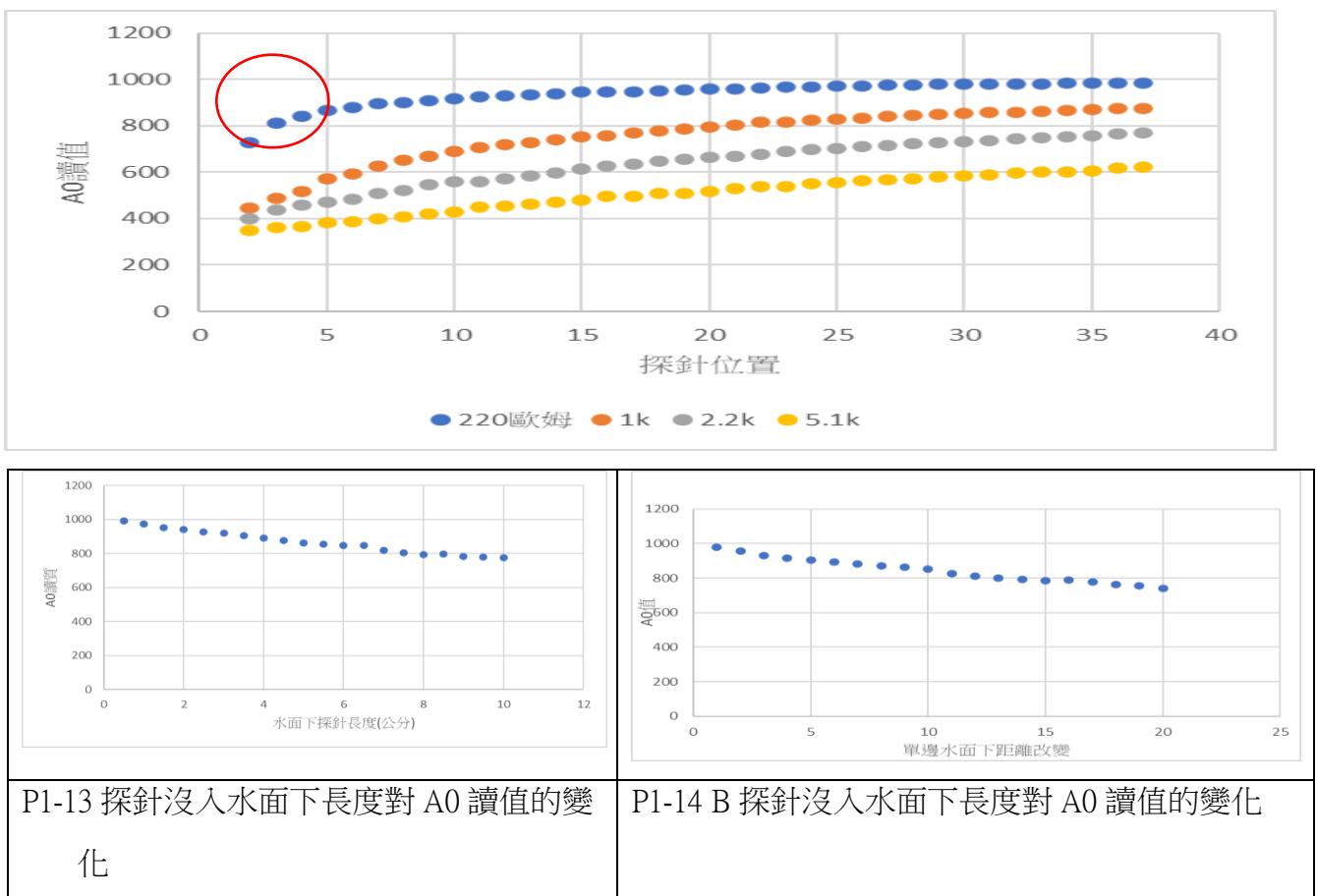
<表 1-1>水波槽水位高度 10cm , 水波槽內不同時間水波圖



(二) 如表 1-1 所示，造浪器於水波槽水位高度 10cm 產生水波後，將水波行進過程錄影，透過 ffmpeg 軟體，將水波移動影片轉換成間隔 0.2sec 的照片，水波波峰於 0.2sec 時間差水波如表 1-1，實驗結果顯示，時間 t=0 秒的波峰約在 17cm 處，t=0.2sec 的波峰約位在 32cm 處，0.2sec 時間差水波移動了 15cm，波的波速約為 75cm/sec，雖然起波器能於水波槽製造固定頻率的水波，但透過影片追蹤水波移動很難準確掌握波峰不同時間所在位置，透過影像記錄追蹤波浪移動速度並不容易，實驗二我們將利用水波移動過程，波浪水位高度變化所造成的電阻不同，研發能較準確測量水波波速的測量工具。

實驗一-2 數位電阻測量儀實驗結果

P1-12 不同 AB 探針間隔及不同固定電阻 R1 對 A0 讀值的影響



(三)根據不同 AB 探針間隔及不同固定電阻 R₁ 所測得 A0 讀值結果如 P1-12 所示，探針的間距減少電阻值會跟著下降，觀察每個點前後的電阻值變化，則為 220 歐姆且在 B 探針位置 2~3 的位置 A0 讀值隨 B 探針變化靈敏度較高，實驗結果顯示，水位電阻測量儀於固定電阻 R₁=220 歐姆，AB 探針間距 2 個定位模組間隔，對不同水位電阻測量結果有較好靈敏度。

(四)P1-12 實驗結果顯示，固定電阻 R₁=220、1k、2.2k、5.1k 歐姆，並且 AB 探針間距設定為 2 個定位模組間隔時，固定電阻 R₁=220 歐姆，B 探針在位置 2~3 的 A0 讀值，在間距變化時較為靈敏。

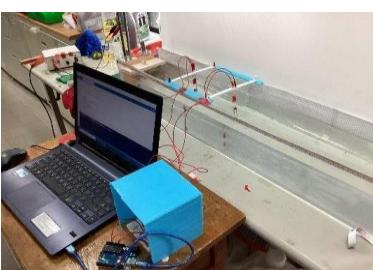
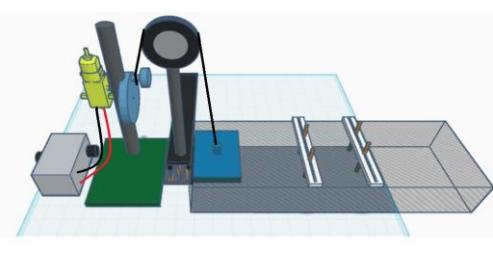
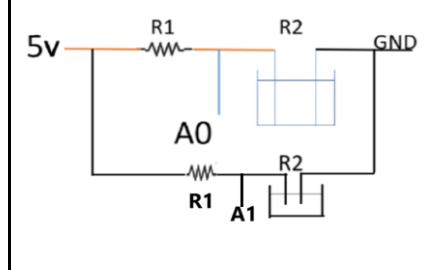
(五)P1-13 探針沒入水面下長度對 A0 讀值的變化結果顯示:AB 探針於液面下長度越長 A0 讀值越小，推測水波波峰經過探針 A0 較小，水波波谷經過探針 A0 較大，實驗有機會透探針電阻變化判斷水波的移動

(六)P1-14 B 探針沒入水面下長度對 A0 讀值的變化結果顯示:B 探針於液面下長度越長 A0 讀值越小，探針單一長度變化，也能有效反應水位電阻變化。

實驗二、探討電阻測量法於水波波速測量的應用

我們將嘗試將 2 個電阻測量儀並聯，架設於水道不同位置，透過兩組測量儀追蹤同一個波峰或波谷到達探針的時間差，發展可利用水位電阻變化作為測量波速的測量工具。

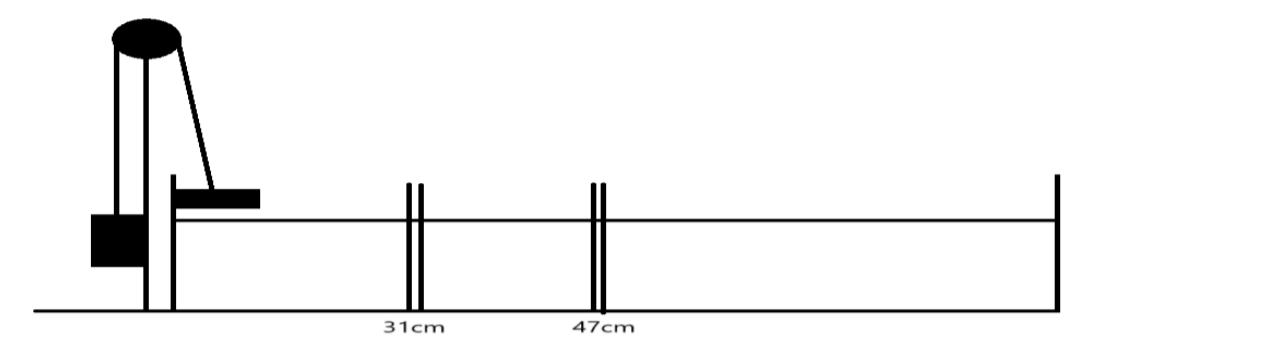
實驗裝置:

		
P2-1 波速測量裝置圖	P2-2 波速測量裝置示意圖	P2-3 波速測量電路圖

實驗二-1 起浪板啟動方式對水波產生的影響

實驗一-2 我們得知水位愈低，電阻值愈高，水位愈高，電阻值愈低。所以我們藉由電阻值加上影片分析來確認起浪的方式對浪有何種影響。

實驗裝置:


P2-4 電阻測量儀的探針位置設置示意圖

實驗步驟:

- (1) 實驗裝置圖及裝置示意圖如 P2-1、P2-2 所示
- (2) 電阻測量儀的探針位置設置示意圖如 P2-4，將探針至於水道 31cm 的位置
- (3) 水道加入 10cm 高的水
- (4) 將固定電阻 $R1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，電路圖如 P2-3，利用 Arduino 提供迴路 5v

的電源，啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0(實驗結果紀錄於 P2-8)

(5)將起浪板置於空中，等待水面平靜，並啟動錄影裝置

(6)啟動造浪器使其打水 4 次

(7)結束錄影

(8)將起浪板震動水面方式改由水中拉起

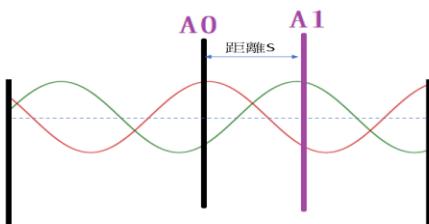
(9)重複步驟(4)~(7)

(10)將實驗結果紀錄於 P2-9、P2-10、P2-11

實驗二-2 水波波速的測量

實驗原理:

實驗一-2，我們得知水位高，電阻值會變低，水位低，電阻值會變高，所以當第一個波峰經過 A0 探針時，電阻值先變低，接著第一個波峰會經過 A1 探針，電阻值變低，藉由波經過探針所測得的探針讀值隨時間變化曲線掌握 A0 探針到 A1 探針的距離及同一波峰由 A0 到 A1 時間可得波速



P2-5(波峰移動示意圖)

(1) 若波行進方向向右

(2) 紅色波經 Δt 時間移動到綠色波位置

(3) 波由 A0 行進到 A1 費時 Δt

$$(4) \text{ 波速 } v = \frac{\text{距離}}{\text{時間}} = \frac{s}{\Delta t}$$

實驗步驟:

(1) 實驗裝置圖及裝置示意圖如 P2-1、P2-2 所示

(2) 電阻測量儀的探針位置設置示意圖如 P2-4，將 2 組探針至於水道 31cm 及 47cm 的位置

(3) 水道加入 10cm 高的水

(4) 將固定電阻 R1(220Ω)與液體電阻測量裝置串聯，電路圖如 P2-3，利用 Arduino 提供迴路 5V 的電源

(5) 將起浪板置於空中

(6) 等待水面平靜

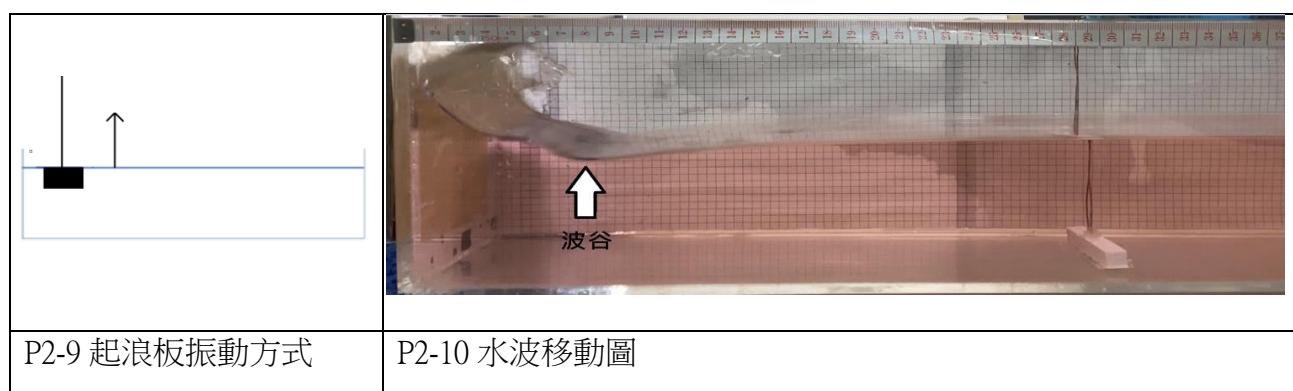
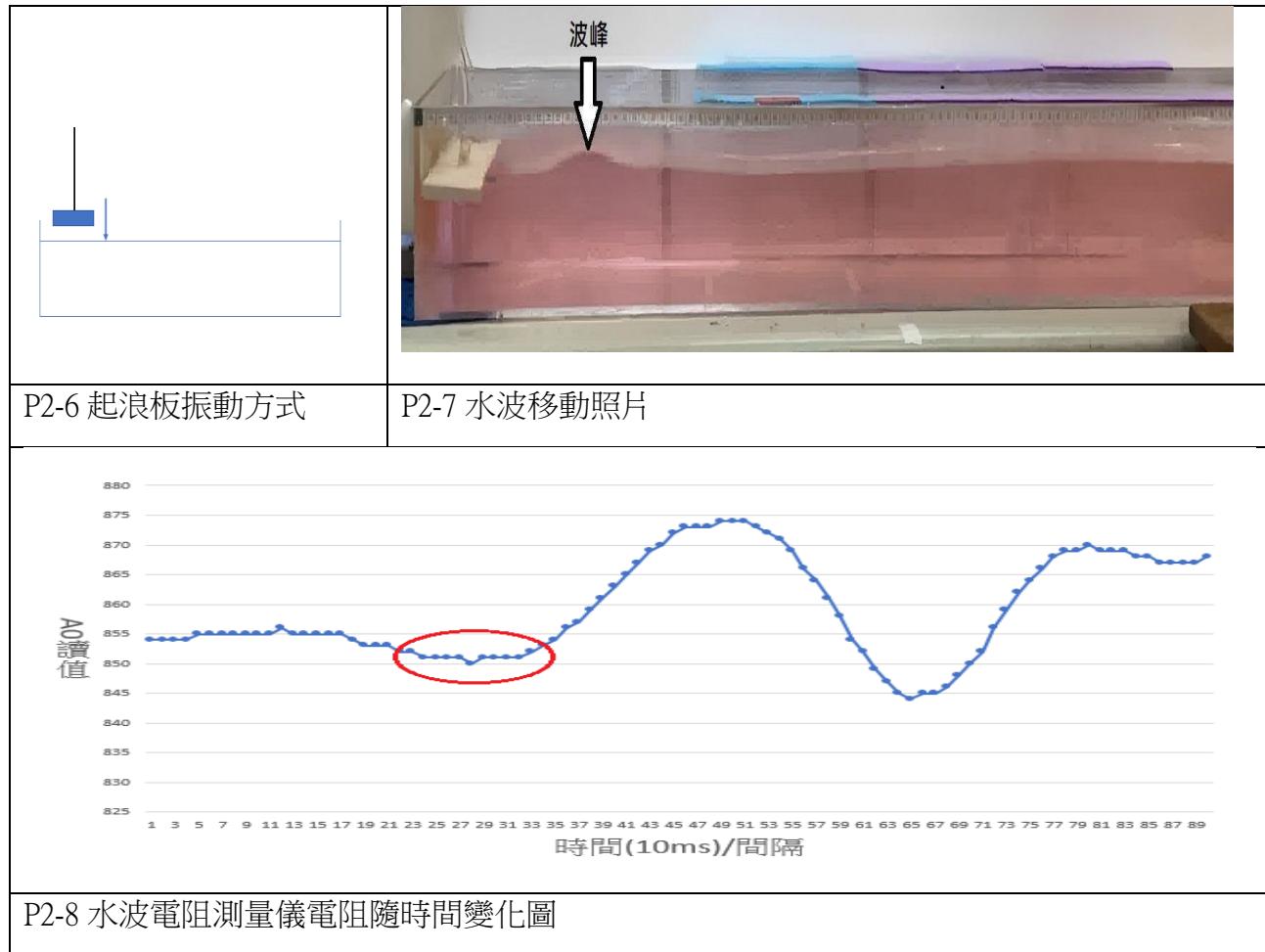
(7) 啓動造浪器使其打水 4 次

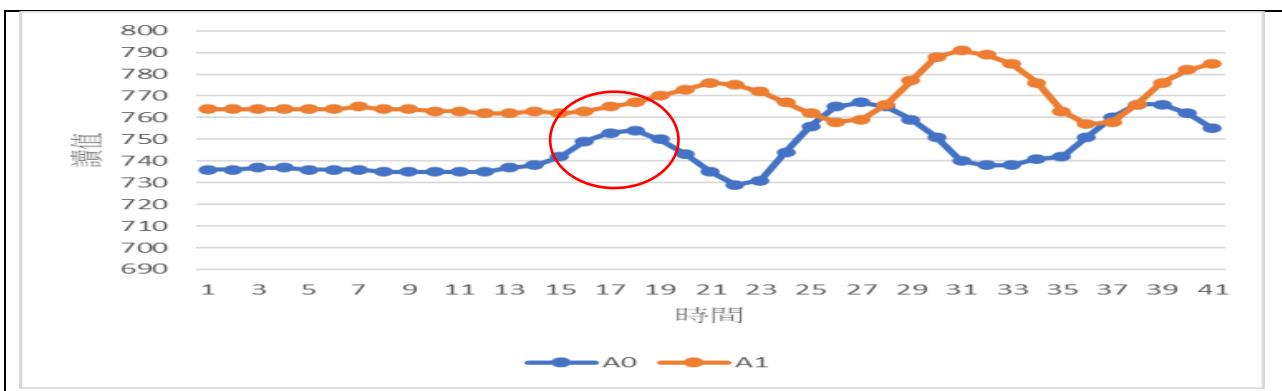
(8) 啓動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0

(9) 將實驗結果紀錄於 P2-11

實驗結果:

實驗二-1 結果





P2-11 水波電阻測量儀電阻隨時間變化圖

討論與分析:

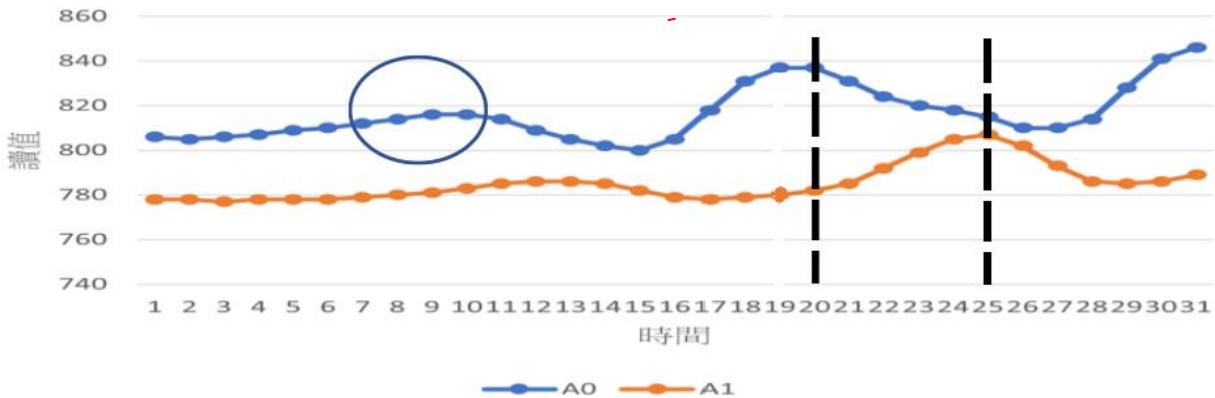
(一) 經過影片截圖的照片，我們得知起浪板從水面拉起時會先產生波谷(起浪板振動方式 P2-9，產生波情形(P2-10)，探針電阻隨時間變化如圖(P2-11)，波谷經過探針 A0 讀值會先升高(P2-11)紅色圈標記位置)，而起浪板從空氣入水會先產生波峰(起浪板振動方式 P2-6，產生波情形 P2-7)，探針電阻隨時間變化如圖 P2-8 波峰經過探針 A0 讀值會先下降(P2-6 藍色圈標記位置)，顯示起浪板啟動方式不同，產生水波形式不同

(二) 起浪板從水面落下波形示意圖如 P2-12，起浪板從水面拉起波形示意圖如 P2-13

(三) 後續實驗起波模式將固定從空氣入水來製造水波。

起浪板從水面落下 波形示意圖 (P2-12)	
起浪板從水面拉起 波形示意圖 (P2-13)	

實驗 2-2 結果



(P2-14)水道水位高度 10cm 水波電阻測量儀電阻隨時間變化

(四)水道水位高度為 10cm，水波傳遞過程電阻測量儀電阻隨時間變化結果如圖 P2-14，藍色曲線為水道上 31cm 位置電阻測量儀的電位變化記錄，P2-14 藍色圈位置顯示第一個水波經過電阻測量儀電阻升高，表示水波波谷經過電阻儀，透過追蹤同一個波峰或波谷經過 A0，A1 電阻儀的時間(圖 P2-14 兩虛線間的時間)，可得知水波波速。

(五)實驗一實驗結果顯示，10cm 水深水波波速約 70cm/sec，實驗水道長度為 100cm，以水道探針 31cm 位置為例，第一個水波經探針後約 1.5 秒後，探針會受到水道末端反射波訊號的干擾，因實驗過程探針測量週期為 50ms，因此對於波速測量實驗，我們只針對第一波到達探針後約 30 個數據點內資料進行分析。

(六)實驗的取樣時間間格為 50ms，發現 A0(藍色曲線)、A1(橘色曲線)的電阻值高點位在第 20、第 25 個取值點，A0 與 A1 在水道相隔距離為 16cm，同一個波谷經過 A0，A1 電阻儀的時間(圖 p2-14 兩虛線間的時間)為 250ms(5 個時間間隔)

$$v = \frac{\text{距離}}{\text{時間間隔}} = \frac{16\text{cm}}{250\text{ms}} = 64 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

水波傳遞過程電阻測量儀電阻隨時間變化結果如圖 P2-14，結果顯示水波經水道 31cm 位置，水波波峰及波谷經過探針 A0 讀值分別為 800 及 840，經電阻測量儀電路推算水波波峰及波谷經過探針所產生的水位電阻變化約 200 歐姆。

(七)實驗結果顯示 10cm 高的水的波速為 64cm/s，透過水波水位高低所產生的水位電阻變化能有效應用於水波波速測量，實驗三我們將使用實驗二所發展的波速測量法探討不同深度的水波波速。

實驗三、探討不同深度水波波速的變化

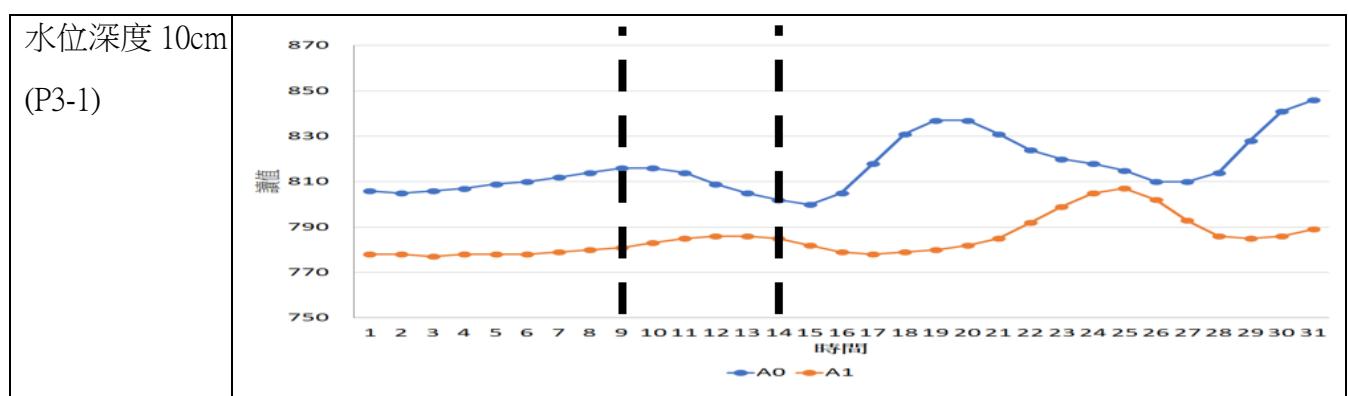
我們調整水槽深度，透過水槽內探針隨水波的電阻變化，探討不同深度水波波速

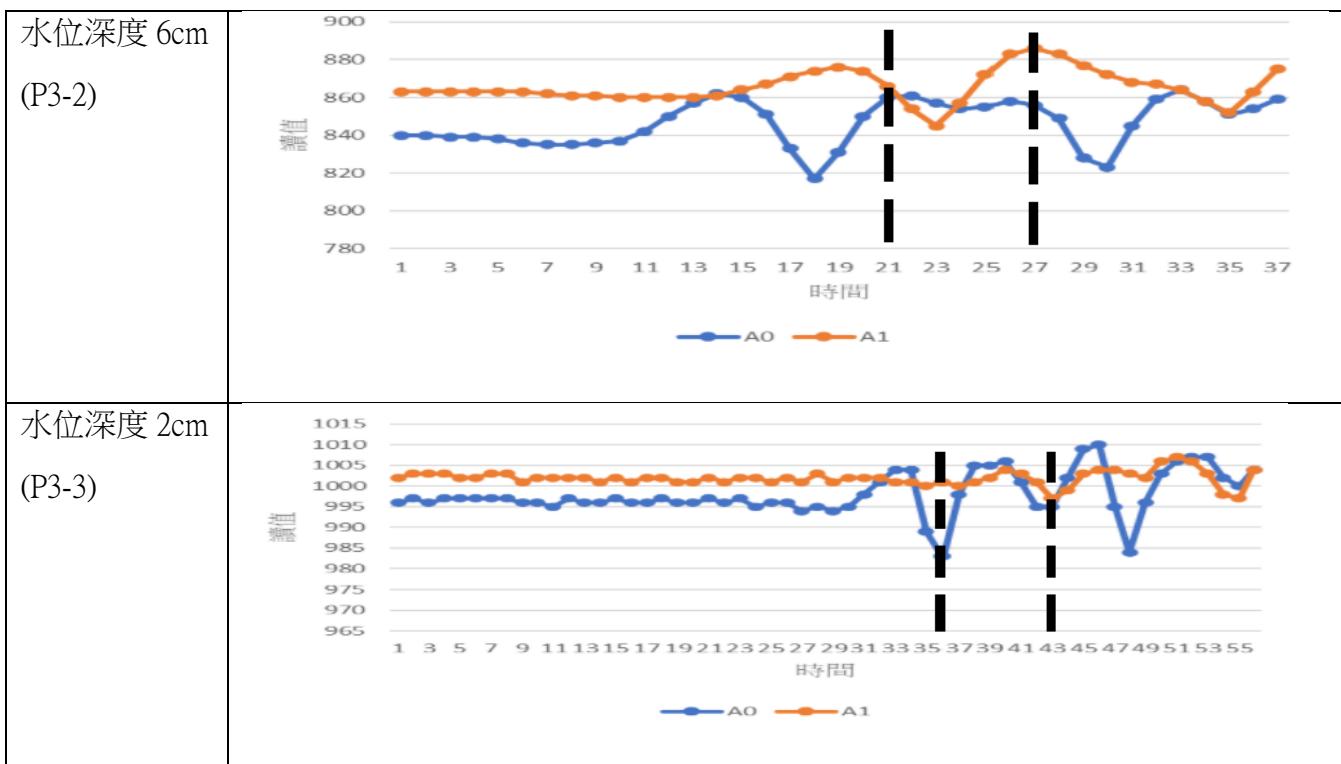
實驗步驟:

- (1) 實驗裝置圖及裝置示意圖如 P2-1、P2-4 所示
- (2) 電阻測量儀的探針位置設置示意圖如 P2-4，將 2 組探針至於水道 31cm 及 47cm 的位置
- (3) 水道加入 10cm 高的水
- (4) 將固定電阻 $R1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，電路圖如 P2-3，利用 Arduino 提供迴路 5V 的電源
- (5) 將起浪板置於空中
- (6) 等待水面平靜
- (7) 啟動造浪器使其打水 4 次
- (8) 啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0
- (9) 將實驗結果記錄
- (10) 將水位降低 4 公分
- (11) 重複步驟(5~10)兩次

實驗結果:

圖 3-1~3-3 不同水位深度的探針讀值隊時間關係圖(曲線縱軸為探針讀值，橫軸為時間，每間格為 50ms)





結果與分析:

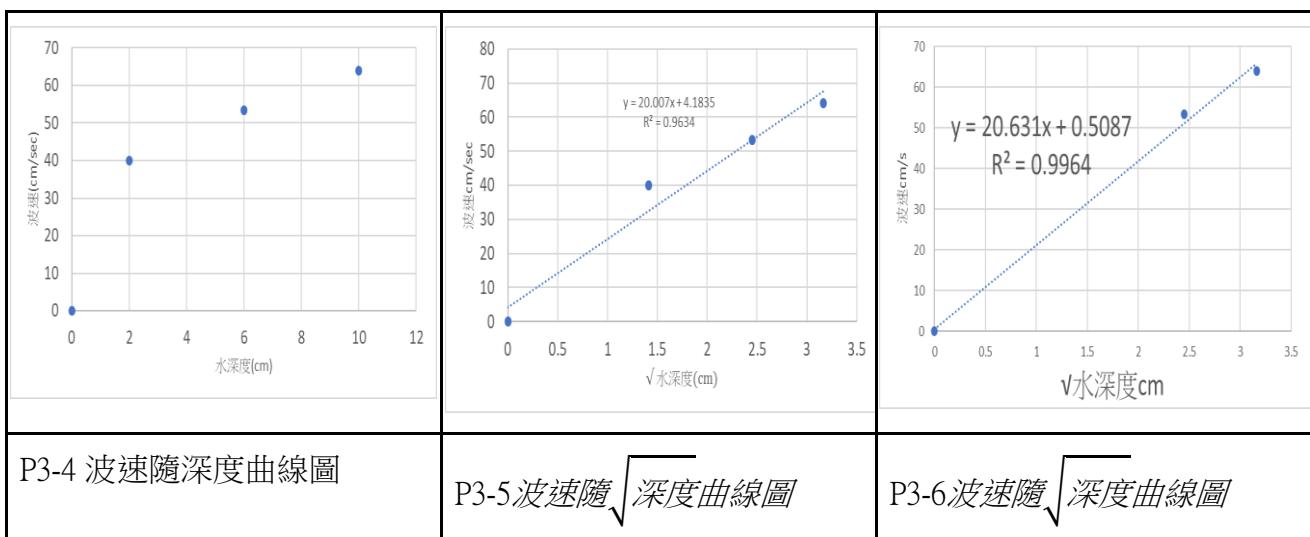
(一) 根據圖 3-1~3-3 分析，不同水深的水波波速如表 3-1

水位高度(cm)	A0(取值點)	A1(取值點)	波速(cm/sec)
10	9	14	64
6	21	27	53.3
2	36	43	40

<表 3-1 不同水位深度的水波波速>

根據表 3-1 實驗結果顯示水位愈深，波速愈快，水位愈淺，波速愈慢。

(二) 將表 3-1 實驗數據繪製成波速隨深度曲線圖如圖 P3-4 水位愈深，P3-5 有波速與 $\sqrt{\text{深度}}$ 成正比的趨勢，但由於 2cm 的水位太低受水波槽底部，與固定探針的底座影響太大，倒置數值偏移，因此移除之後再比較 P3-6，趨勢接近正比實驗結果也與理論趨勢相似。



實驗四、水波波群影響因素的探討

水波傳遞過程可能因為地形的變化或不同波源的波重疊，產生兩組波長不同的波相疊加以及疊加後形成波群的現象，波群又稱為波包(Wave packet)。波包移動的速度即為群速度，也就是波浪能量傳播的速度。本實驗希望透過波傳遞過程水位深度變化及入射、反射波重疊，經由波的電阻變化觀察波群的現象。

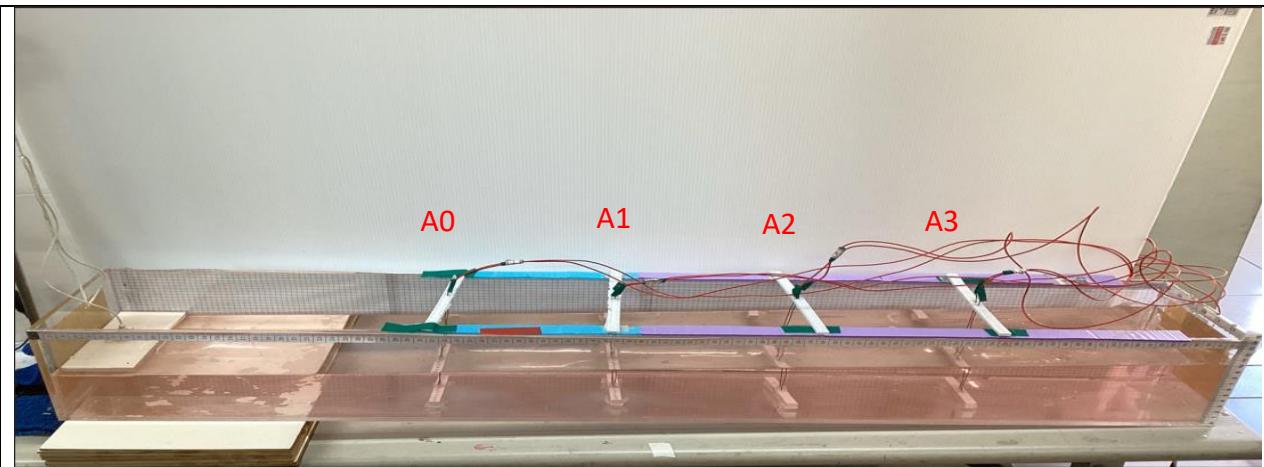
我們利用水波在 100cm 長的水道不同位置不同波長，入射波及反射波疊加後水位電阻變化探討水波波群現象，為了能產生不同波長的水波，我們將水道前後高度調整，使水道水位深度隨位置不同(P4-1)，同頻率的水波經過不同水深的水道，因波速改變而產生不同波長的水波，當水波重疊時產生水波波群。

實驗裝置:

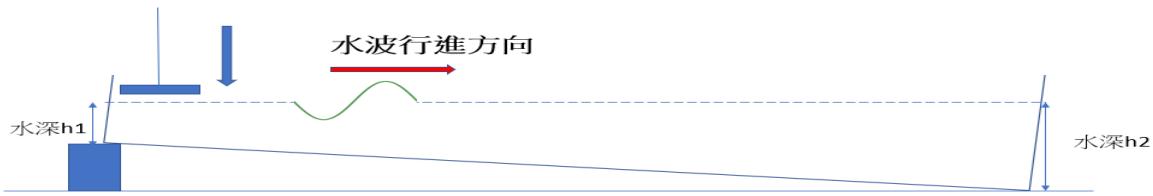
(1) 探針設置位置(水槽起波的位置座標為 0cm)

探針位置	31 cm	47cm	63cm	79cm
探針編號	A0	A1	A2	A3

(2) 實驗裝置圖



(P4-1) 實驗裝置



(P4-2) 實驗裝置示意圖

實驗步驟:

- (1) 將壓克力盒(長寬高)(100cm*20cm*15cm)裝上測量儀器，實驗裝置圖及裝置示意圖如(P4-1)所示
- (2) 在壓克力盒的左側將木板墊到最高
- (3) 並加入水直到右邊水高至 10cm，啟動造浪器打出四個波
- (4) 將固定電阻 $R1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，電路圖如 P4-3 所示，利用 Arduino 提供迴路 5v 的電源，啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0、A1、A2、A3
- (5) 減少木板數量調整水道(P4-2，h1 及 h2 高度)，並維持右邊水位在 10cm，完成 A~G 實驗
(實驗 A~G 的高度如下表所示)

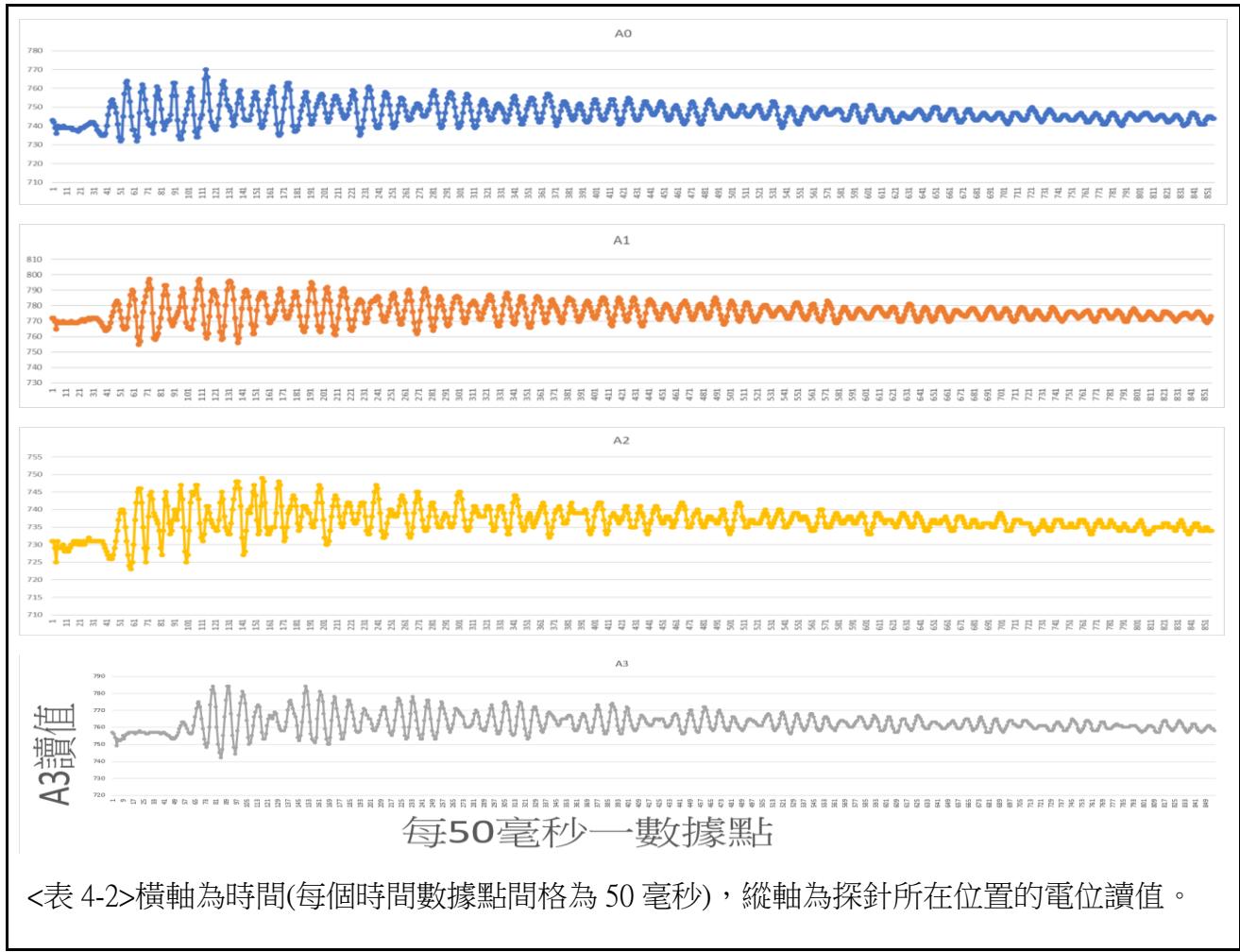
實驗	A	B	C	D	E	F	G
h1	9.8cm	9.5cm	8.6cm	8.3cm	8cm	7cm	6cm
h2	10cm	10cm	10cm	10cm	10cm	10cm	10cm

<表 4-1>(實驗 A~G 的水波槽左右水位高度設定)

(P4-3) 電路圖

- (6) 重複步驟(4)~(5)並畫出圖表，直到木板全部減少完

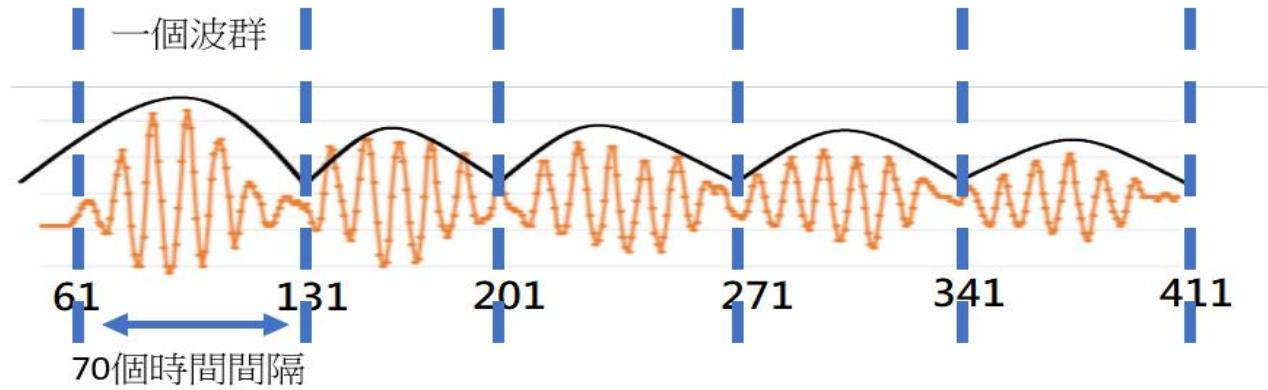
實驗結果與討論分析:



<表 4-2>橫軸為時間(每個時間數據點間格為 50 毫秒)，縱軸為探針所在位置的電位讀值。

(一)控制實驗裝置 P4-2 水道前後高度 h_1 及 h_2 ，表 4-1 實驗 A(水槽 $h_1=9.8\text{cm}$ ， $h_2=10\text{cm}$ ，水道前後差 0.2cm)實驗結果水槽內不同位置探針讀值隨時間變化(取值週期每 50 毫秒)如表 4-2 所示

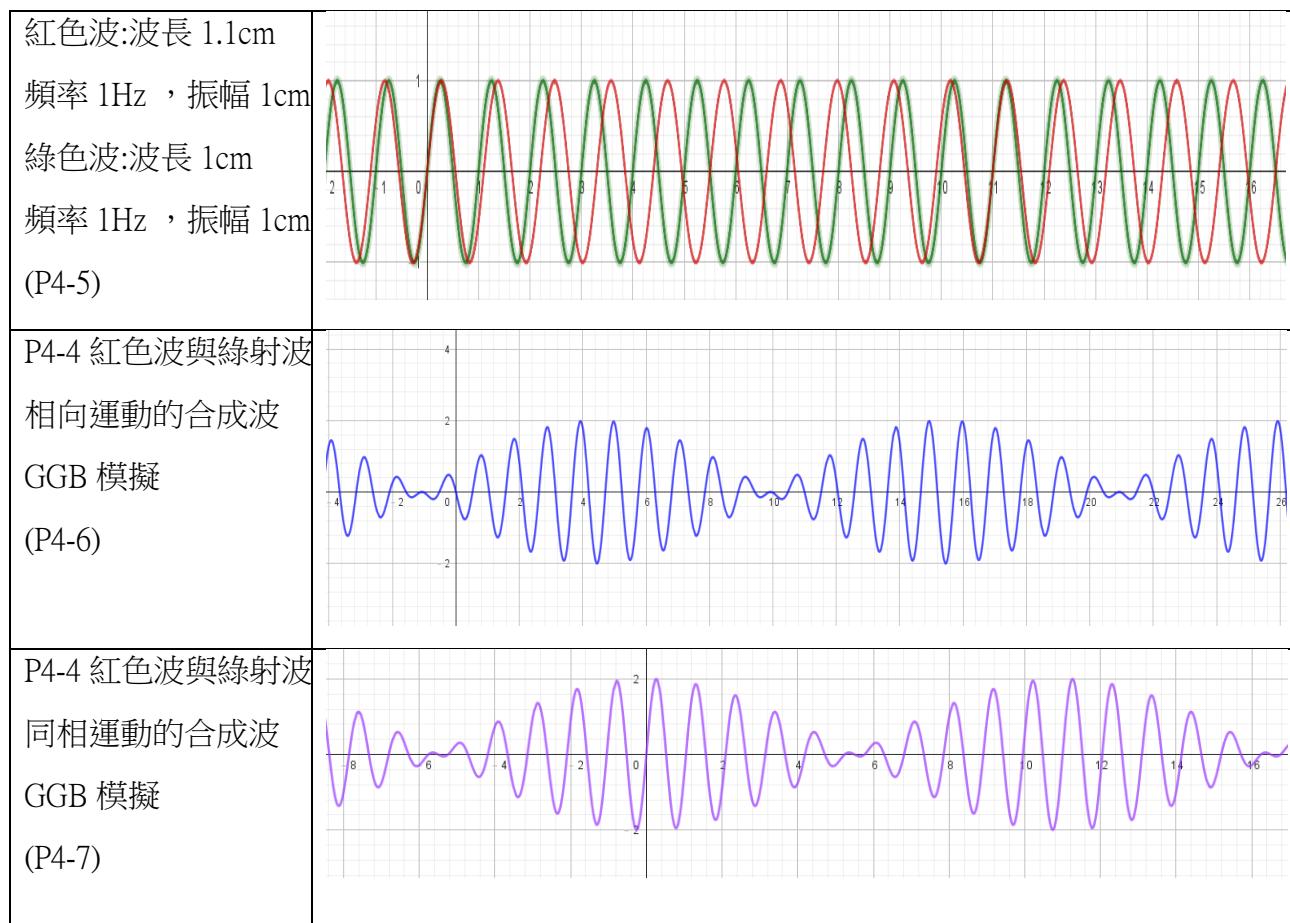
(二)比較實驗<表 4-2>A0~A3 探針實驗結果發現 A3 探針(水道位置 79cm)讀值隨時間變化，波群的現象較為明顯。P4-4 為 A3 探針實驗結果的放大圖，圖上黑線為不同波群的標示，平均 70 個時間間隔(約 3.5sec)會出現一個波群，實驗結果顯示水波行進過程中水位的電阻變化每 3.5 秒出現週期性的變化。我們推測造成此現象的原因為入射波與反射波在該探針產生重疊。某些時間點為相長性干涉，某些時候出現破壞性干涉所造成的結果。由於實驗 A 左右水位的高度有 0.2cm ($h_2-h_1=10-9.8=0.2$)的落差，導致入射波與反射波波長產生些微的差距，因而出現波群的現象。



(P4-4) A3 探針實驗結果的放大圖

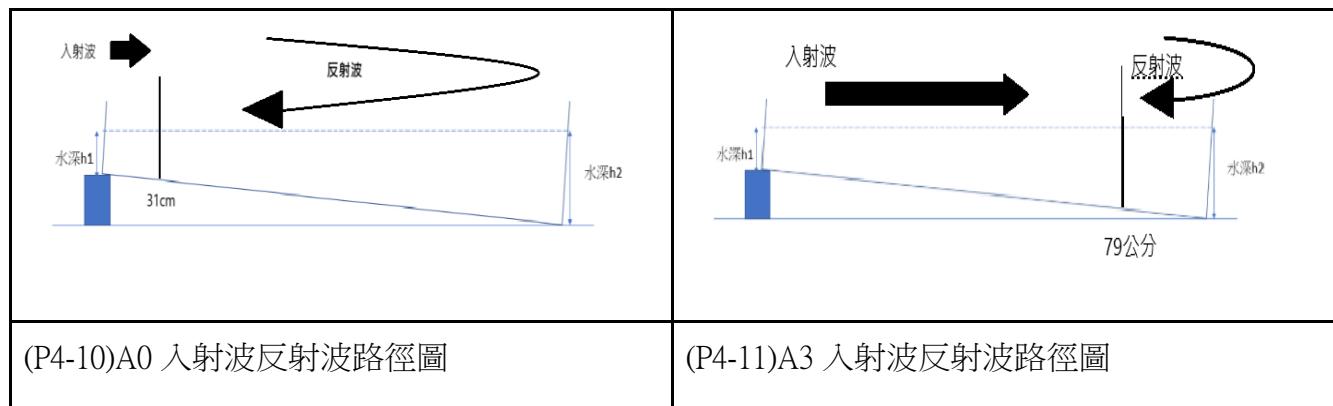
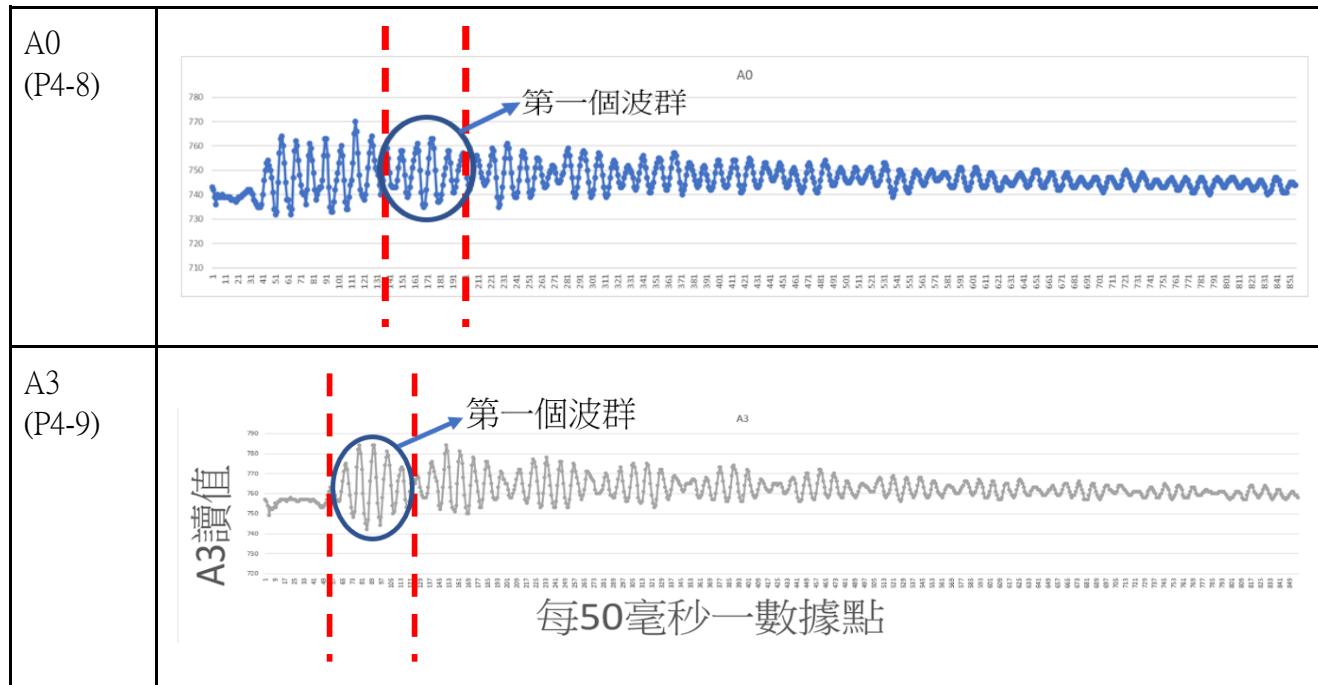
<GGB 模擬與實驗結果比較>

(三)為了驗證實驗 A 波群現象所造成的原因，我們使用 GGB 模擬兩同向及相向行進波產生波包的可能情況：

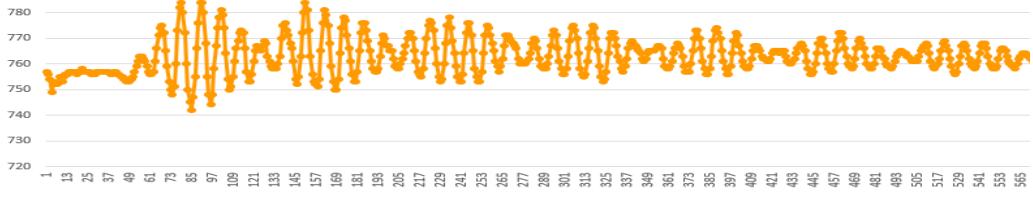
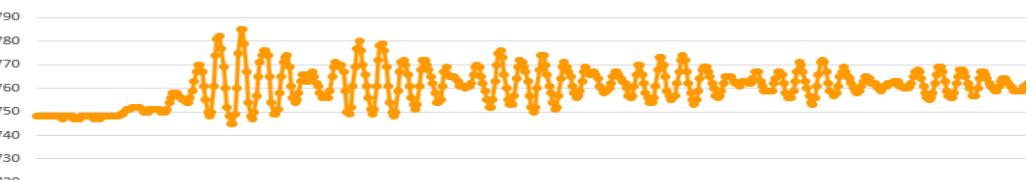
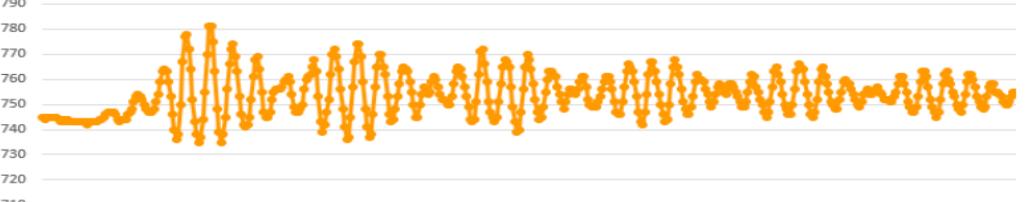


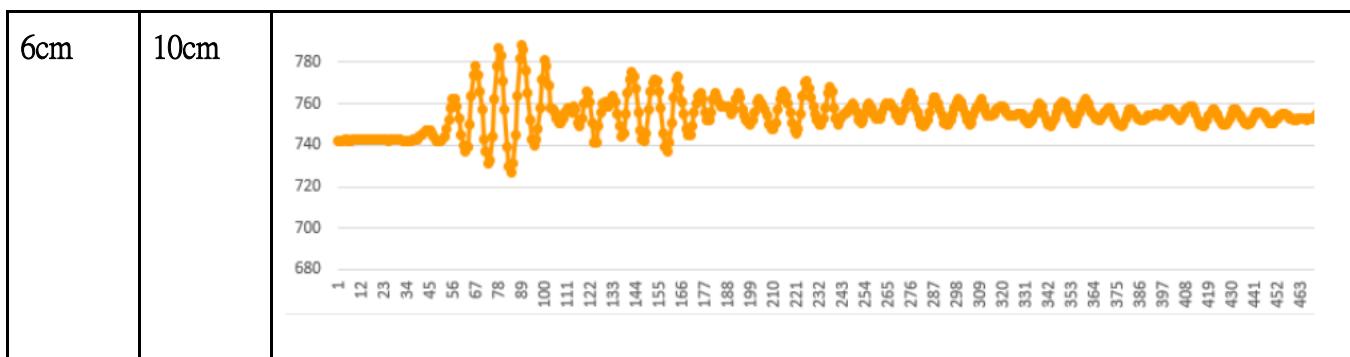
由 GGB 模擬(P4-5、P4-6、P4-7)可發現，波長相差 0.1cm 的行進波重疊，重疊波都能發現波群的現象，但兩波相向運動的行進波，波群的移動速度較兩波同向運動的重疊波群快，此模擬結果吻合實驗 A，因為水深 h_1 、 h_2 差 0.2cm，因此導致 A3 的探針入射波與反射波重疊出現水波電阻隨時間產生波群的現象。

(四)比較實驗 A，A0 與 A3 的實驗數據(P4-8、P4-9)，可以發現 A3 讀值所測得的第一個波群較早出現，而 A0 讀值所測得的第一個波群較晚出現，推測應為 A3 探針在水道後方，較 A0 探針快偵測到反射後的水波，偵測到的反射波與造浪器所打出的波較快重疊(A0、A3 的入射波與反射波路徑圖如圖 P4-10、P4-11 所示)，因此 A3 讀值的波群較快出現，而 A0 讀值的波群較晚出現。



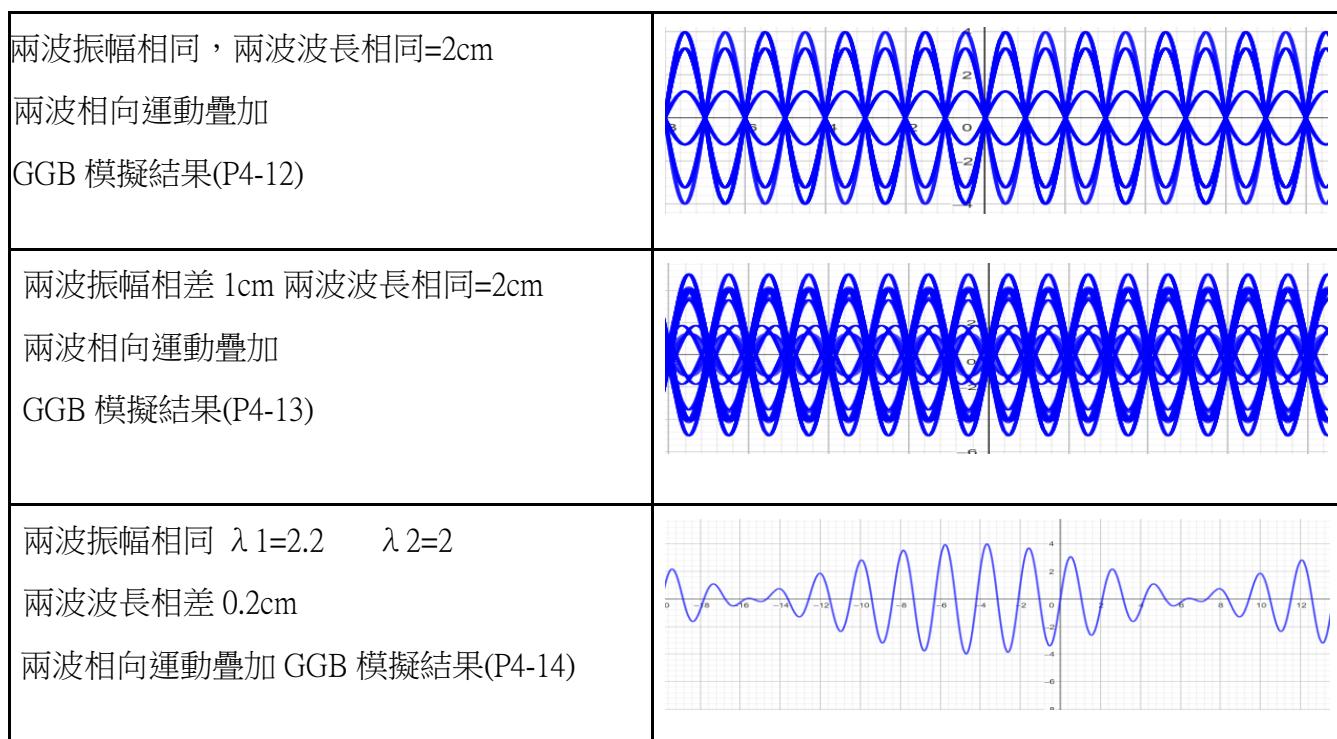
(五)比較表(4-1)實驗 A~G，A3 腳位的探針讀值隨時間的變化，探討水位差對波群的影響。讀值如下表 4-3

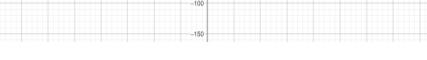
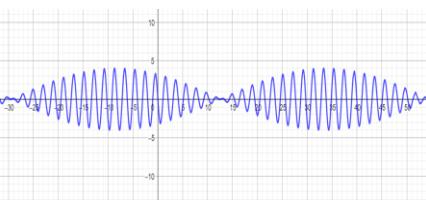
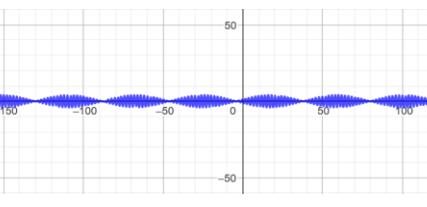
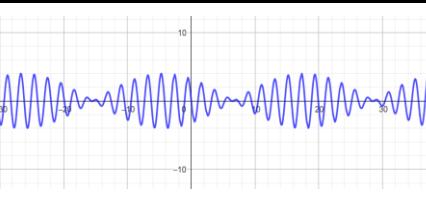
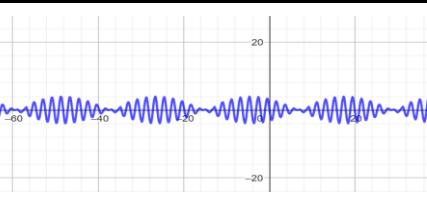
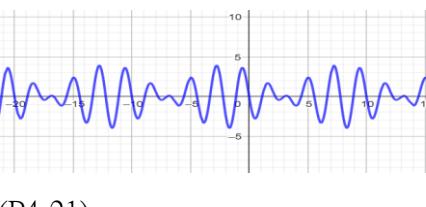
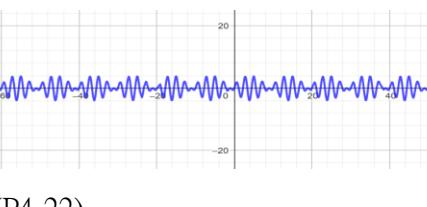
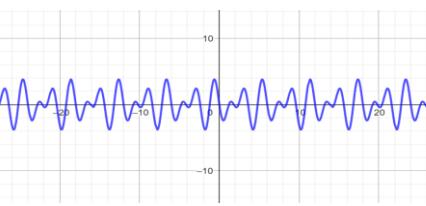
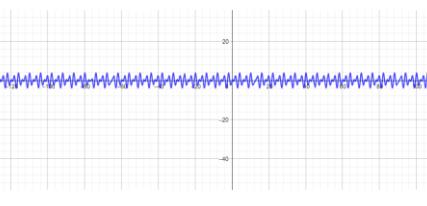
h1	h2	實驗結果
9.8cm	10cm	
9.5cm	10cm	
8.6cm	10cm	
8.3cm	10cm	
8cm	10cm	
7cm	10cm	



<表 4-3 不同水位差 A3 探針電阻隨時間變化曲線圖>

分析不同水位差對波群的影響，表 4-3 右邊水位(h_2)維持 10cm，左邊水位 9.8cm 到 6cm(水道前後高度差分別為 0.2cm~4cm)的波群也逐漸不明顯，由實驗三得知，波在深水處時波速變快，波的頻率不變， $\text{波速} = \text{波長} * \text{頻率}$ ，波在深水處時波長較長，在淺水處時波長較短。因此我們推測在波長的差距不多時(h_1 跟 h_2 的差距小，如實驗 A)，水的波包較為明顯，並且在水波波長逐漸變長時(實驗 G)，逐漸變不明顯。其模擬結果如(P4-12)~(P4-24)



兩波波長相差 0.01cm 相向疊加 $\lambda_1=2.01$ $\lambda_2=2$	 (P4-15)	 (P4-16)
兩波波長相差 0.1cm 相向疊加 $\lambda_1=2.1$ $\lambda_2=2$	 (P4-17)	 (P4-18)
兩波波長相差 0.2cm 相向疊加 $\lambda_1=2.2$ $\lambda_2=2$	 (P4-19)	 (P4-20)
兩波波長相差 0.5cm 相向疊加 $\lambda_1=2.5$ $\lambda_2=2$	 (P4-21)	 (P4-22)
兩波波長相差 1cm 相向疊加 $\lambda_1=3$ $\lambda_2=2$	 (P4-23)	 (P4-24)

(六)藉由圖(P4-12)到(P4-24)得知，波長差距愈大，波群長度愈短。由 GGB 的模擬，振幅的改變並不會直接體現在波包的出現上，只有振幅的差距太大時，才會讓波包不明顯。模擬結果顯示隨波長變化，波長差距較小時，波群的長度長，而當差距變大時波群的長度變短，且波包逐漸變不明顯。GGB 模擬與實驗結果相同。實驗結果顯示波長的改變與波包產生有直接的影響。

(七)波速計算:當兩個頻率相近的波疊加時，會形成波群。波群速度描述的是波包整體的傳播

速度，而不是單一波的傳播速度。無論波長差是多少，在同樣時間內波群數量都是一樣的。這是因為波群的數量與波的頻率差有關，而不是波長差。

(八)波群的長度與波長差有關。這是因為波長差影響了波包的包絡形狀。波長差越大，波包的包絡越窄，波群長度越短。

結論:

(一)波群長度：由波長差決定。波長差越大，波群長度越短。

(二)在相同時間內，波群數量相同，但波群長度不同，這是因為波長差影響了波包的包絡形狀，而波群速度不同。

實驗五、波群能量衰減與液體關係

實驗步驟:

(1)實驗裝置圖如 P4-1 所示

(2)在壓克力盒的左側將木板墊到最高，並加入濃度 10% 糖水直到右邊水高至 10cm

(3)啟動造浪器打出四個波

(4)將固定電阻 $R1(220\Omega)$ 與液體電阻測量裝置串聯，電路圖如 P4-3，利用 Arduino 提供迴路 5v 的電源，啟動程式，50 毫秒記錄一次液體內探針電阻電位 A0、A1、A2、A3

(5)減少木板數量調整水道(P4-2，h1 及 h2 高度)，並維持右邊水位在 10cm，完成 A~C 實驗
(實驗 A~C 的高度如表 5-1 所示)

(6)將水槽內的液體改為 28% 糖水

(7)重複(3)~(5)

<表 5-1> 實驗 A 到 C 的水位高度設定

實驗	A	B	C
h1	9.8cm	9.4cm	7.6cm
h2	10cm	10cm	10cm

實驗結果與討論分析:

(一)不同濃度不同探針長度與探針讀值關係圖如 P5-1，初始探針沒入水中長度為 10cm，造浪器連續震動後關閉振動源，水波傳遞過程水波震動高度振幅最大值約 1cm，表 5-2 及 P5-1 不同濃度糖水，沒入水中探針長於 $10cm \pm 1cm$ 的探針讀值能有明顯變化。

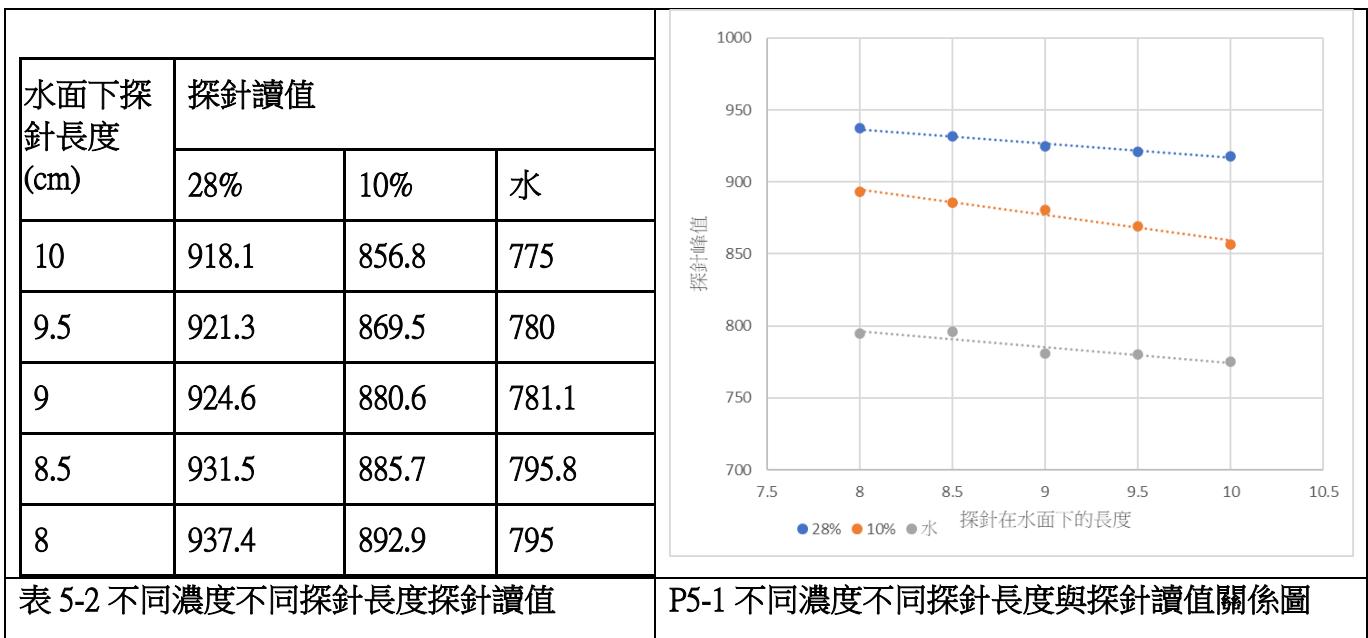
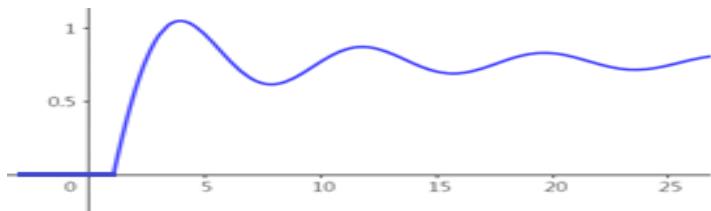


表 5-2 不同濃度不同探針長度探針讀值

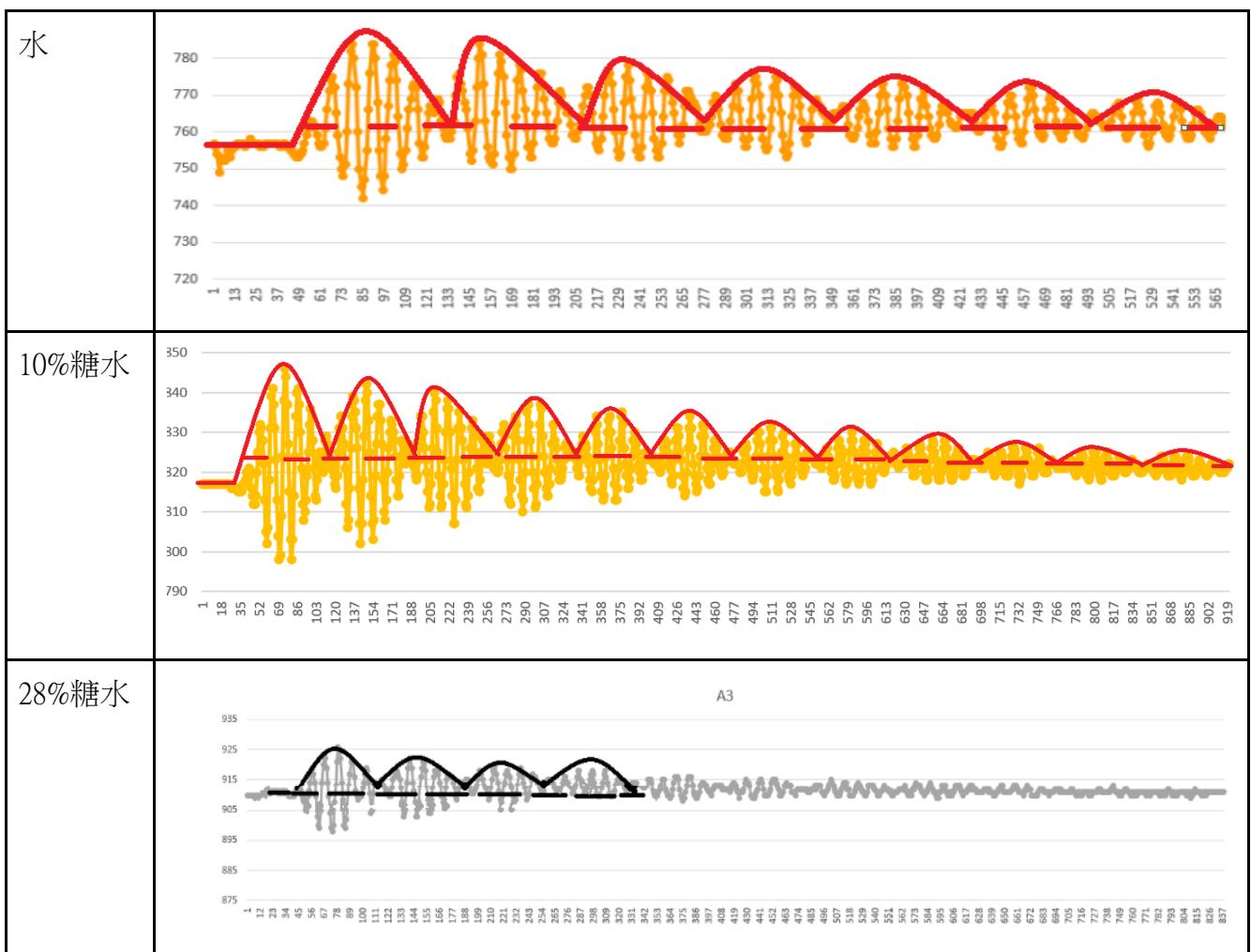
P5-1 不同濃度不同探針長度與探針讀值關係圖

(二) 實驗 A，比較不同液體 A3 探針讀值隨時間變化，如表 5-3，實驗結果顯示(1)隨著波動經過探針，不同液體於 A3 探針電阻隨時間變化，因入射波與反射波於 A3 探針位置產生疊加，產生明顯波群，且波群隨時間衰減，水波群出現時間超過 3 秒，28% 糖水測到波群現象約 2 秒，波群能量衰減 $28\% > 10\% >$ 水，我們推測濃度越高糖水黏滯性高，波能量傳遞較不容易，水波傳遞過程中，由於摩擦力、流體阻力作用，振動系統最初所獲得的能量，在振動過程中因阻力不斷對系統做負功，使系統能量不斷減少，振動強度逐漸減弱，振幅也愈來愈小，以至最後停止振動。液體阻尼較弱時，液體介質必須緩慢的經由多次振動逐漸把振幅縮小，最後回到平衡位置，因此達到平衡的時間較久。(2)水波在傳遞過程，波經過探針時電阻變化實驗數據(表 5-3)顯示，探針開始收到訊號後，不同液體實驗結果皆出現過衝現象(示意圖如 P5-2)，波動過程中，系統消耗了一些能量，而擺動振幅也會越來越小，最後回到初始的位置。波群平衡位置與原平衡位置波動電阻值產生偏移(表 5-3 圖中虛線)，過衝現象也隨黏滯性增加而減少。

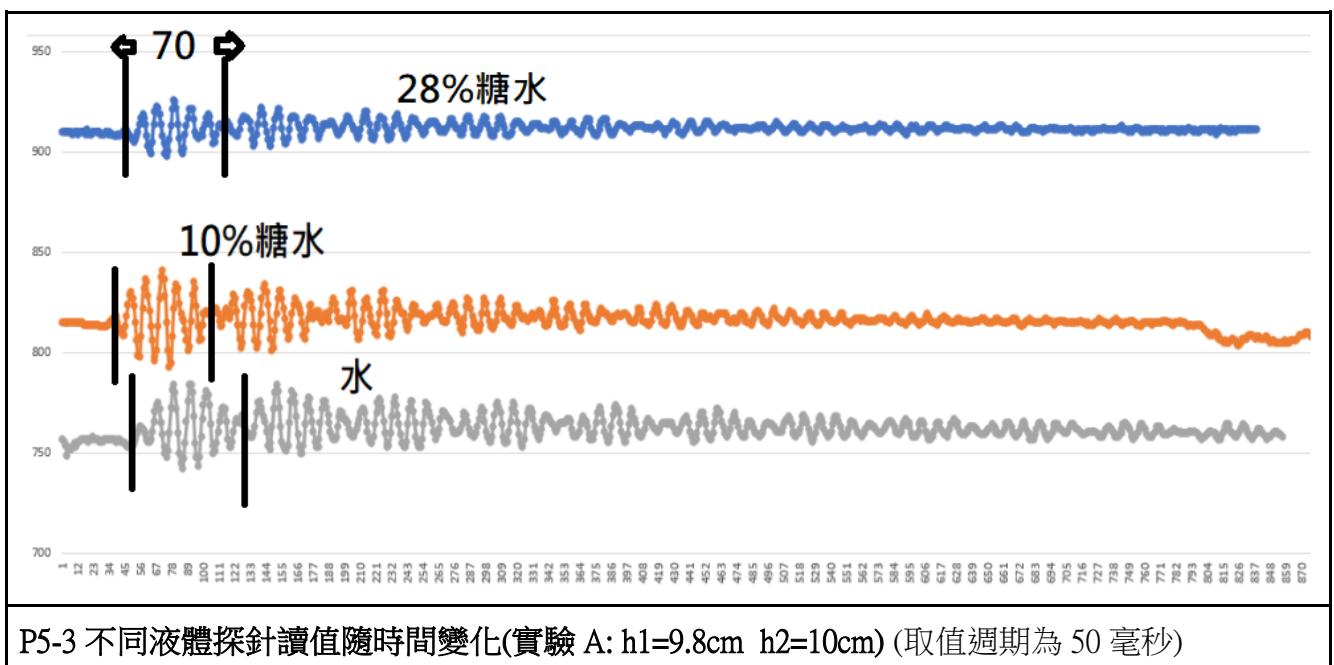


P5-2 過衝現象示意圖

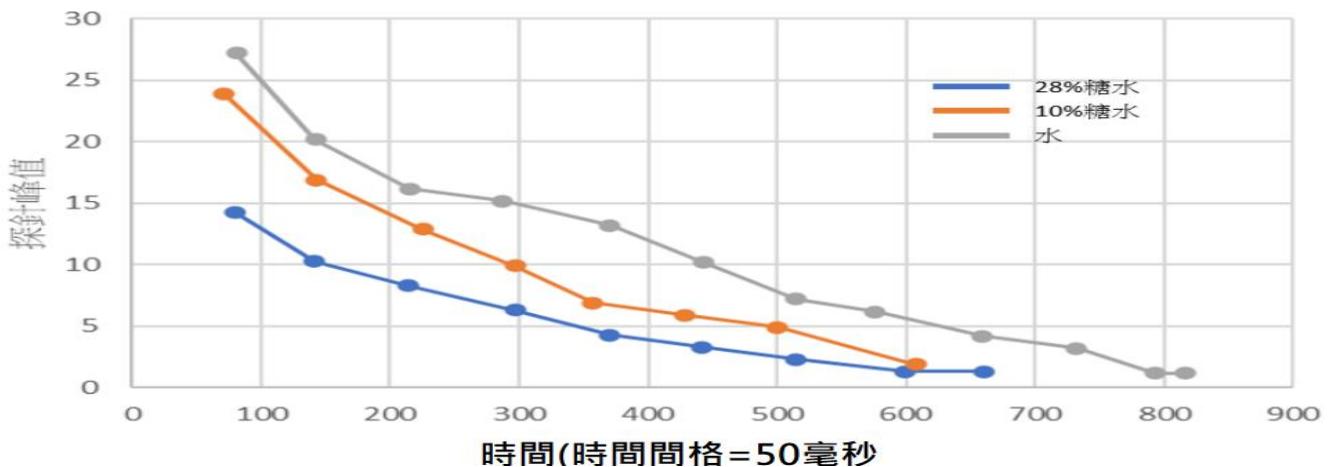
表 5-3 不同濃度糖水(水、10%糖水、28%糖水)A3 探針讀值隨時間變化



(三)實驗 A，比較不同液體於 A3 探針位置波群長度變化，實驗結果(P5-3)不同液體平均 70 個時間間隔(約 3.5sec)會出現一個波群，水波水位的電阻變化每 3.5 秒出現週期性的變化，波群週期不隨水溶液黏滯性變大而改變。



(四)比較不同液體(水、10%糖水、28%糖水)於 A3 探針水波波群隨時間衰減情形，我們將 P5-3 所得實驗結果轉繪成波群峰值隨時間變化曲線，波群峰值為每個波群最大值與波平均值的差，P5-4 結果顯示(1)波群峰值與波平均值的差，水>10%>28%(2)波群數目水>10%>28%，波群峰值大於 5，28%糖水有 4 個波群，10%糖水 7 個波群，水則有 8 個波群，可知黏滯性愈高的液體產生的波群數量明顯越少，且振幅也較小。在 10%糖水中，因為其黏滯性較 28%低，波動可以持續較 28%糖水長一段時間，雖然波群比水還要少，但仍較 28%糖水的振幅大，波群較多，且波形可維持比較長的時間。(3)糖水濃度越高峰值變化較小，28%糖水的衰減速率明顯較快，10%糖水為其次，水的衰減速率最慢，實驗結果顯示水溶液隨糖水濃度增加，波群峰值隨時間衰減較明顯，波能量較不易傳遞，顯示較低的黏滯性使得能量損耗較小，波動能夠持續較久，可維持波動的傳播，能量散失較慢；高的黏滯性使得能量損耗較大，波動無法持續太久，難以維持波動的傳播，能量散失較快。



P5-4 不同液體波群峰值隨時間變化曲線

(五) 10%糖水於不同水道高度差 A3 探針讀值隨時間變化曲線圖記錄於表 5-4，水道高度差 0.2 ~2.4cm，水波波群現象明顯，為比較不同高度差波群峰值衰減情形，將表 5-4 實驗結果轉繪成波群峰值隨時間變化曲線。

<表 5-4>10%糖水於不同水道高度差 A3 探針讀值隨時間變化曲線圖

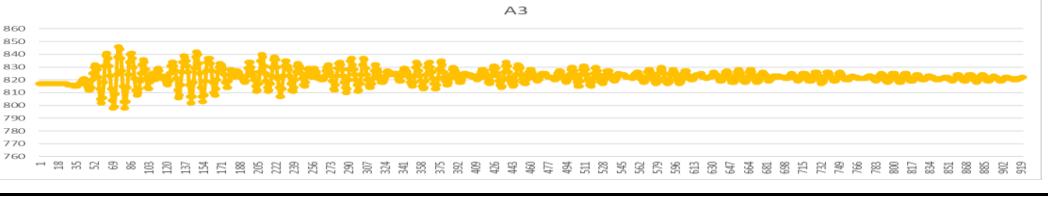
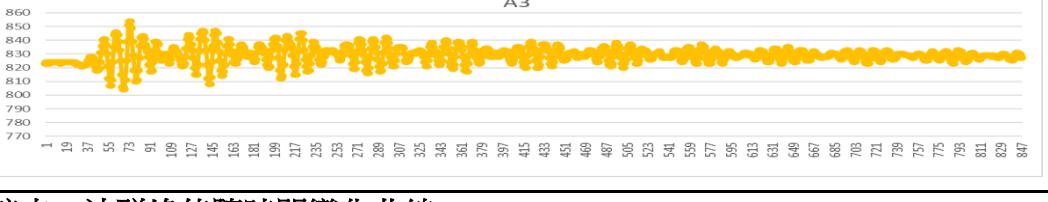
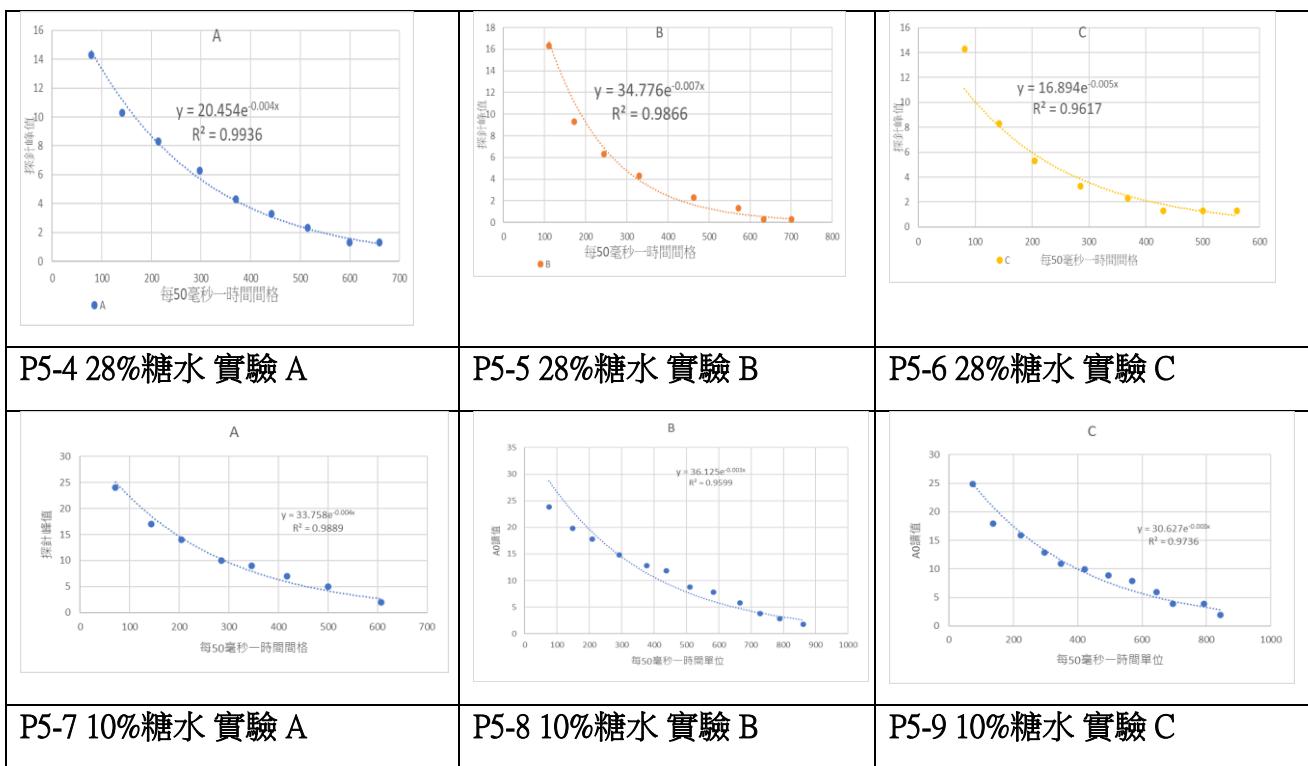
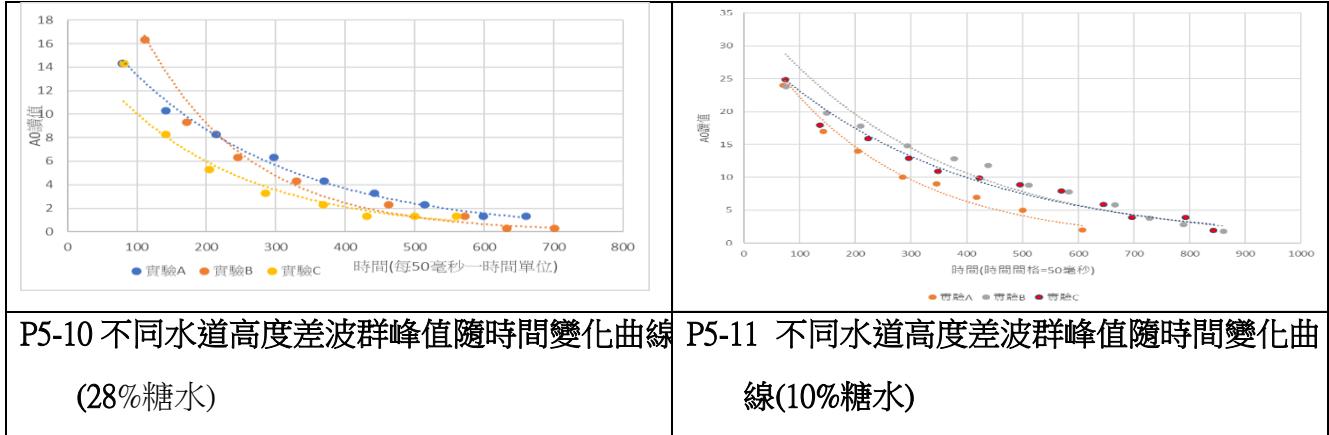
h1	h2	10%糖水實驗結果
實驗 A	10cm	
實驗 B	10cm	
實驗 C	10cm	

表 5-5 不同濃度糖水，波群峰值隨時間變化曲線



(六)10%糖水於不同水道高度差 A3 探針讀值隨時間變化曲線圖(表 5-4)，水道高度差 0.2 ~2.4cm (實驗 A~C)，波群皆能從探針電阻變化觀測，為比較不同濃度糖水，波群能量衰減變化，我們將探針測得的水波電值與平均值的差隨時間繪圖，取得數據偏差隨時間變化曲線，再將數據偏差隨時間變化的波群峰值隨時間變化曲線整理於表 5-5，結果顯示波群峰值隨時

間變化曲線呈現指數衰減，波群峰值隨時間變化成指數衰減原因為水波傳遞過程由於流體阻力、摩擦力等因素引起的振動幅度逐漸下降的現象為一種阻尼震動，而黏性阻尼模型振動隨時間變化振動呈一種按指數規律衰減的振動，阻尼振動會緩慢的經由多次振動逐漸把振幅減小，最後回到平衡位置。



陸、結論

- (一) 實驗一我們利用水波水位高度變化所造成電阻變化，研發能準確測量波速的測量工具。自製電阻測量儀探針間距減少電阻值會跟著下降，且測量工具於固定電阻 $R_i=220$ 歐姆時，有較好的靈敏度。比對水波電阻變化與波浪軌跡，起浪板從水面拉起時先產生波谷，探針讀值會先下降，透過記錄水波傳遞過程電阻變化，能準確掌握水波波峰移動。
- (二) 實驗二水深 10cm 水波經水道 31cm 位置，水波波峰及波谷經過探針 A0 讀值分別為 800 及 840，經電阻測量儀電路推算水波波峰及波谷經過探針所產生的水位電阻變化約 200 歐姆。
- (三) 起浪板的起始位置會影響波峰還是波谷先產生，由空氣打入水中會先產生波峰。自製電阻測量儀測量 10cm 高的水測量波速為 64cm/sec，並經電阻測量儀電路推算水波波峰及波谷經過探針所產生的水位電阻變化約 200 歐姆，水位高度改變對波速的影響，水波在水深度較深的水道中波速會較快，而在水深較淺的水道中，波速則會較慢，與理論公式趨勢吻合，波速與 $\sqrt{\text{深度}}$ 成正比，去除受水波槽底部影響的數據點，顯示自製測量儀能測量波速。
- (四) 實驗四結果顯示水波行進過程中水位的電阻變化每 3.5 秒出現週期性的變化，平均 70 個時間間隔(約 3.5sec)會出現一個波群，我們推測造成此現象的原因為入射波與反射波在該探針產生重疊。某些時間點為相長性干涉，某些時候出現破壞性干涉所造成的結果。由於實驗 A 左右水位的高度有 0.2cm ($h_2-h_1=10-9.8=0.2$) 的落差，導致入射波與反射波波長產生些微的差距，因而出現波群的現象。

(五)隨著波動經過探針，不同的液體皆會產生明顯波群，而且波群隨時間衰減，波群能量衰減
28%>10%>水，濃度越高糖水黏滯性高，波能量傳遞較不容易，水波傳遞過程中，由於摩
擦力、流體阻力作用，振動系統最初所獲得的能量，在振動過程中因阻力不斷對系統做負
功，使系統能量不斷減少，振動強度逐漸減弱，振幅也便愈來愈小，以至最後停止振動。

(六)水波在傳遞過程，波經過探針時，不同液體實驗結果皆出現過衝現象，波動過程中，系統
消耗了一些能量，而擺動振幅也會越來越小，最後回到初始的位置。波群平衡位置與原平
位置波動電阻值產生偏移，過衝現象隨也黏滯性增加而減少。

(七)實驗五比較不同液體水波波群隨時間衰減情形，結果顯示(1)波群峰值與波平均值的差，水
>10%>28%(2)波群數目水>10%>28%，黏滯性愈高的液體產生的波群數量明顯越少，且振
幅也較小。(3)糖水濃度越高峰值變化較小，28%糖水的衰減速率明顯較快，顯示水溶液隨
糖水濃度增加，波群峰值隨時間衰減較明顯，波能量較不易傳遞，顯示較低的黏滯性使得
能量損耗較小，波動能夠持續較久，可維持波動的傳播，能量散失較慢；高的黏滯性使得
能量損耗較大，波動無法持續太久，難以維持波動的傳播，能量散失較快。

(八)不同濃度糖水，波群能量衰減變化，實驗五結果顯示波群峰值隨時間變化曲線呈現指數衰
減，群峰值隨時間變化成指數衰減原因為水波傳遞過程由於流體阻力、摩擦力等因素引起
的振動幅度逐漸下降的現象為一種阻尼震動，而黏性阻尼模型震動隨時間變化振動解一種
振幅按指數規律衰減的振動，阻尼震動會緩慢的經由多次振動逐漸把振幅減小，最後回到
平衡位置。

柒、參考文獻資料

一、(2021年6月23日) · 認識海洋 - 海浪是怎麼形成的 · 取自 <https://reurl.cc/86Er6d>

二、物理海洋學ABC · 二、波浪運動 · 取自 <https://reurl.cc/dQ58r6>

三、(2024年6月10日) · 群速度 · 維基百科 · 取自 <https://reurl.cc/xN0XZ4>

四、(2024年7月4日) · 波包 · 維基百科 · 取自 <https://reurl.cc/W0LWL7>

五、Keith Stowe (1987) · Essentials of Ocean Science

本作品【波中「針」意 - 電阻測量法應用於水波波群傳遞的探討】內所有圖片、照片、圖表
皆由作者自行拍攝繪製