

新竹市第四十二屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：數學組

組 別：國小組

作品名稱：我的選擇困難

關 鍵 詞：因倍數、排列組合、機率

編 號：

我的選擇困難-討論畢旅房間分組情形

壹、前言

一、研究動機

這次科展研究主題源自於學生的畢業旅行。初升六年級時，學生們最關心的話題莫過於「畢業旅行」，不論地點的提議、活動的規劃、行程的串聯，其中又以「畢旅那天晚上我跟誰同一個房間？」榮登最熱門話題。

此時正值科展題目選擇之時，於是老師在每兩三天就被纏著問「我們六個人想要一起可以嗎？」「可以三個人一間嗎？」「我們這組可以再加某某某嗎？」的情形下，老師提議科展不如來研究這個題目。彼時全班提出的研究主題有生物、化學、物理、應用科學類，在各種衡量下，最後選擇了「關於畢旅房間的分配會有幾種組合」的題目，並輔以高年級以來的「因數」、「倍數」、「數量關係」概念，嘗試以學生的角度解決排列組合問題。

二、研究目的

- 一、算出畢旅的房間分配，總共有多少種不同成員的組合方式。
- 二、未來遇到待解的問題，願意嘗試找出解決的方法。

貳、研究設備及器材

- 一、筆記本、紙、筆，或其他隨手可得的的畫記工具
- 二、白板、白板筆、標籤磁鐵
- 三、平板、筆電、桌機或手機 (拍照用、線上會議使用)
- 四、六甲教室地板、用來進行小組實體討論的校史室或其他空教室
- 五、清楚的頭腦
- 六、即使頭腦打結也有耐性的隊友

參、研究過程或方法

以下的討論內容，我們刻意將總人數設定在**可被整除**的數量，好讓大家可以從學過的因倍數進行第一步驟的分組，暫不討論混和房（兩人、三人、四人房互搭）和不被整除的數量。

解題分為兩部分，第一部分是為了思維練習而討論的「**兩人一組**」分組情形，從總人數 4 人→ 6 人→ 8 人→…，到這次設定的 24 人（學生 23 人+導師）。

第二部分是正式進入「**四人一組**」的討論，從總人數 8 人→ 12 人→ 16 人→…，直到我們最終想解決的 24 人分組情形。

一、名詞定義

以英文字母 ABCD…為代號，按字母數量和順序表示幾人，例如總人數 4 人以 ABCD 表示，總人數 6 人以 ABCDEF 表示，總人數 8 人則以 ABCDEFGH 代表…以此類推。

二、研究過程

第一部分

研究一

總人數 4 人，兩人一組，分組的情形如下（按英文字母順序為排首，排首以黑色粗體字標示）：

AB CD	BA CD	CA BD	DA BC
AB DC	BA DC	CA DB	DA CB
AC BD	BC AD	CB AD	DB AC
AC DB	BC DA	CB DA	DB CA
AD BC	BD AC	CD AB	DC AB
AD CB	BD CA	CD BA	DC BA

每兩人一組中，AB 和 BA 皆表示 A、B 兩人一組，CD 和 DC 亦表示 C、D 兩人一組，以 AB CD 為例，將同義的分組狀況以同色顯示：

AB CD	BA CD	CA BD	DA BC
AB DC	BA DC	CA DB	DA CB
AC BD	BC AD	CB AD	DB AC
AC DB	BC DA	CB DA	DB CA
AD BC	BD AC	CD AB	DC AB
AD CB	BD CA	CD BA	DC BA

討論後發現不論 AB 或 CD 先後成組，這四人的組合方式皆為 AB 一組、CD 一組，所以 $\boxed{AB\ CD}$ 和 $\boxed{CD\ AB}$ 在意義上相同，以下將表格中與 $\boxed{AB\ CD}$ 同樣的分組情形以灰底匡列，：

AB CD	BA CD	CA BD	DA BC
AB DC	BA DC	CA DB	DA CB
AC BD	BC AD	CB AD	DB AC
AC DB	BC DA	CB DA	DB CA
AD BC	BD AC	CD AB	DC AB
AD CB	BD CA	CD BA	DC BA

重新整理表格中重複分組的結果，將同義的分組情形換以相同底色表現：

AB CD	BA CD	CA BD	DA BC
AB DC	BA DC	CA DB	DA CB
AC BD	BC AD	CB AD	DB AC
AC DB	BC DA	CB DA	DB CA
AD BC	BD AC	CD AB	DC AB
AD CB	BD CA	CD BA	DC BA

保留同色各組中的其中一種組合，再以匡列表示留下的組合，則刪除後(灰底)的分組狀況為：

AB CD	BA CD	CA BD	DA BC
AB DC	BA DC	CA DB	DA CB
AC BD	BC AD	CB AD	DB AC
AC DB	BC DA	CB DA	DB CA
AD BC	BD AC	CD AB	DC AB
AD CB	BD CA	CD BA	DC BA

僅剩 $AB+CD$ 、 $AC+BD$ 、 $AD+BC$ 三種

研究結果

- 一、在刪除各項重複的分組情形後，只要討論以 A 為首的組合情形，就能囊括後面以其他字母為首的排列狀況。
- 二、總人數 4 人，兩人一組的分組情形共有 $AB+CD$ 、 $AC+BD$ 、 $AD+BC$ 三種。

研究二

當總人數為 6 人時，我們的討論方式為 A 搭配其他各字母+剩餘四人 的分組狀況。續研究結果一，後面四人可以視為研究一的結果--「總人數 4 人，兩人一組的分組情形有三種。」而在此的四人為 CDEF，帶入前述結果即為 CD+EF、CE+FD、CF+DE 三種。

AB	CD	EF
AB	CE	FD
AB	CF	DE

同理，當以 AC 為一組時，其他四人為：

AC	BD	EF
AC	BE	FD
AC	BF	DE

當以 AD 為一組時，其他四人為：

AD	BC	EF
AD	BE	FC
AD	BF	CE

當以 AE 為一組時，其他四人為：

AE	BC	DF
AE	BD	FC
AE	BF	CD

當以 AF 為一組時，其他四人為：

AF	BC	DE
AF	BD	EC
AF	BE	CD

研究結果

茲將六人的分組結果，用下列算式表示：

$$3 \quad \times \quad 5 \quad = 15$$

(固定兩字母為排首時，剩下的四人有三種組合) (排首有 AB、AC、AD、AE、AF 五種)

研究三

承研究一與研究二，總人數 8 人，每兩人一組的分組情形如下：

AB CD EF GH	AC BD EF GH	AD BC EF GH	AE BC DF GH	AF BC DE GH	AG BC DE FH	AH BC DE FG
AB CD EG HF	AC BD EG HF	AD BC EG HF	AE BC DG HF	AF BC DG HE	AG BC DF HE	AH BC DF GE
AB CD EH FG	AC BD EH FG	AD BC EH FG	AE BC DH FG	AF BC DH EG	AG BC DH EF	AH BC DG EF
AB CE DF GH	AC BE DF GH	AD BE CF GH	AE BD CF GH	AF BD CE GH	AG BD CE FH	AH BD CE FG
AB CE DG HF	AC BE DG HF	AD BE CG HF	AE BD CG HF	AF BD CG HE	AG BD CF HE	AH BD CF GE
AB CE DH FG	AC BE DH FG	AD BE CH FG	AE BD CH FG	AF BD CH EG	AG BD CH EF	AH BD CG EF
AB CF DE GH	AC BF DE GH	AD BF CE GH	AE BF CD GH	AF BE CD GH	AG BE CD FH	AH BE CD FG
AB CF DG HE	AC BF DG HE	AD BF CG HE	AE BF CG HD	AF BE CG HD	AG BE CF HD	AH BE CF GD
AB CF DH EG	AC BF DH EG	AD BF CH EG	AE BF CH DG	AF BE CH DG	AG BE CH DF	AH BE CG DF
AB CG DE FH	AC BG DE FH	AD BG CE FH	AE BG CD FH	AF BG CD EH	AG BF CD EH	AH BF CD EG
AB CG DF HE	AC BG DF HE	AD BG CF HE	AE BG CF HD	AF BG CE HD	AG BF CE HD	AH BF CE GD
AB CG DH EF	AC BG DH EF	AD BG CH EF	AE BG CH DF	AF BG CH DE	AG BF CH DE	AH BF CG DE
AB CH DE FG	AC BH DE FG	AD BH CE FG	AE BH CD FG	AF BH CD EG	AG BH CD EF	AH BG CD EF
AB CH DF GE	AC BH DF GE	AD BH CF GE	AE BH CF GD	AF BH CE GD	AG BH CE FD	AH BG CE FD
AB CH DG EF	AC BH DG EF	AD BH CG EF	AE BH CG DF	AF BH CG DE	AG BH CF DE	AH BG CF DE

研究結果

在以 AB 為首的排列中，後面可看做 6 人的組合，承研究二的結果有 15 種；同理在以 AC 為首、AD…直至以 AH 為首的排列中，皆各自有 15 種組合，故可以列成算式

$$15 \quad \times \quad 7 \quad = \quad 105$$

(研究二的六人分組結果，有 15 種) (以 A 為首的兩人組合，共有 7 種搭配)

研究四

在總人數 10 人，每兩人一組的條件下，套用研究一、二、三的結果，我們可將分組情形部分列出如下：

在以 AB 為首的情形中，後面六個字母有以下 105 種排列情形（後三個變動的字母為黑色）：

CD EF GH IJ	CE DF GH IJ	CF DE GH IJ	CG DE FH IJ	CH DE FG IJ	CI DE FG HJ	CJ DE FG HI
CD EF GI JH	CE DF GI JH	CF DE GI JH	CG DE FI JH	CH DE FI JG	CI DE FH JG	CJ DE FH IG
CD EF GJ HI	CE DF GJ HI	CF DE GJ HI	CG DE FJ HI	CH DE FJ GI	CI DE FJ GH	CJ DE FI GH
CD EG FH IJ	CE DG FH IJ	CF DG EH IJ	CG DF EH IJ	CH DF EG IJ	CI DF EG HJ	CJ DF EG HI

CD EG FI JH	CE DG FI JH	CF DG EI JH	CG DF EI JH	CH DF EI JG	CI DF EH JG	CJ DF EH IG
CD EG FJ HI	CE DG FJ HI	CF DG EJ HI	CG DF EJ HI	CH DF EJ GI	CI DF EJ GH	CJ DF EI GH
CD EH FG IJ	CE DH FG IJ	CF DH EG IJ	CG DH EF IJ	CH DG EF IJ	CI DG EF HJ	CJ DG EF HI
CD EH FI JG	CE DH FI JG	CF DH EI JG	CG DH EI JF	CH DG EI JF	CI DG EH JF	CJ DG EH IF
CD EH FJ GI	CE DH FJ GI	CF DH EJ GI	CG DH EJ FI	CH DG EJ FI	CI DG EJ FH	CJ DG EI FH
CD EI FG HJ	CE DI FG HJ	CF DI EG HJ	CG DI EF HJ	CH DI EF GJ	CI DH EF GJ	CJ DH EF GI
CD EI FH JG	CE DI FH JG	CF DI EH JG	CG DI EH JF	CH DI EG JF	CI DH EG JF	CJ DH EG IF
CD EI FJ GH	CE DI FJ GH	CF DI EJ GH	CG DI EJ FH	CH DI EJ FG	CI DH EJ FG	CJ DH EI FG
CD EJ FG HI	CE DJ FG HI	CF DJ EG HI	CG DJ EF HI	CH DJ EF GI	CI DJ EF GH	CJ DI EF GH
CD EJ FH IG	CE DJ FH IG	CF DJ EH IG	CG DJ EH IF	CH DJ EG IF	CI DJ EG HF	CJ DI EG HF
CD EJ FI GH	CE DJ FI GH	CF DJ EI GH	CG DJ EI FH	CH DJ EI FG	CI DJ EH FG	CJ DI EH FG

在以 AC 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BD EF GH IJ	BE DF GH IJ	BF DE GH IJ	BG DE FH IJ	BH DE FG IJ	BI DE FG HJ	BJ DE FG HI
BD EF GI JH	BE DF GI JH	BF DE GI JH	BG DE FI JH	BH DE FI JG	BI DE FH JG	BJ DE FH IG
BD EF GJ HI	BE DF GJ HI	BF DE GJ HI	BG DE FJ HI	BH DE FJ GI	BI DE FJ GH	BJ DE FI GH
BD EG FH IJ	BE DG FH IJ	BF DG EH IJ	BG DF EH IJ	BH DF EG IJ	BI DF EG HJ	BJ DF EG HI
BD EG FI JH	BE DG FI JH	BF DG EI JH	BG DF EI JH	BH DF EI JG	BI DF EH JG	BJ DF EH IG
BD EG FJ HI	BE DG FJ HI	BF DG EJ HI	BG DF EJ HI	BH DF EJ GI	BI DF EJ GH	BJ DF EI GH
BD EH FG IJ	BE DH FG IJ	BF DH EG IJ	BG DH EF IJ	BH DG EF IJ	BI DG EF HJ	BJ DG EF HI
BD EH FI JG	BE DH FI JG	BF DH EI JG	BG DH EI JF	BH DG EI JF	BI DG EH JF	BJ DG EH IF
BD EH FJ GI	BE DH FJ GI	BF DH EJ GI	BG DH EJ FI	BH DG EJ FI	BI DG EJ FH	BJ DG EI FH
BD EI FG HJ	BE DI FG HJ	BF DI EG HJ	BG DI EF HJ	BH DI EF GJ	BI DH EF GJ	BJ DH EF GI
BD EI FH JG	BE DI FH JG	BF DI EH JG	BG DI EH JF	BH DI EG JF	BI DH EG JF	BJ DH EG IF
BD EI FJ GH	BE DI FJ GH	BF DI EJ GH	BG DI EJ FH	BH DI EJ FG	BI DH EJ FG	BJ DH EI FG
BD EJ FG HI	BE DJ FG HI	BF DJ EG HI	BG DJ EF HI	BH DJ EF GI	BI DJ EF GH	BJ DI EF GH
BD EJ FH IG	BE DJ FH IG	BF DJ EH IG	BG DJ EH IF	BH DJ EG IF	BI DJ EG HF	BJ DI EG HF
BD EJ FI GH	BE DJ FI GH	BF DJ EI GH	BG DJ EI FH	BH DJ EI FG	BI DJ EH FG	BJ DI EH FG

在以 AD 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC EF GH IJ	BE CF GH IJ	BF CE GH IJ	BG CE FH IJ	BH CE FG IJ	BI CE FG HJ	BJ CE FG HI
BC EF GI JH	BE CF GI JH	BF CE GI JH	BG CE FI JH	BH CE FI JG	BI CE FH JG	BJ CE FH IG
BC EF GJ HI	BE CF GJ HI	BF CE GJ HI	BG CE FJ HI	BH CE FJ GI	BI CE FJ GH	BJ CE FI GH
BC EG FH IJ	BE CG FH IJ	BF CG EH IJ	BG CF EH IJ	BH CF EG IJ	BI CF EG HJ	BJ CF EG HI

BC EG FI JH	BE CG FI JH	BF CG EI JH	BG CF EI JH	BH CF EI JG	BI CF EH JG	BJ CF EH IG
BC EG FJ HI	BE CG FJ HI	BF CG EJ HI	BG CF EJ HI	BH CF EJ GI	BI CF EJ GH	BJ CF EI GH
BC EH FG IJ	BE CH FG IJ	BF CH EG IJ	BG CH EF IJ	BH CG EF IJ	BI CG EF HJ	BJ CG EF HI
BC EH FI JG	BE CH FI JG	BF CH EI JG	BG CH EI JF	BH CG EI JF	BI CG EH JF	BJ CG EH IF
BC EH FJ GI	BE CH FJ GI	BF CH EJ GI	BG CH EJ FI	BH CG EJ FI	BI CG EJ FH	BJ CG EI FH
BC EI FG HJ	BE CI FG HJ	BF CI EG HJ	BG CI EF HJ	BH CI EF GJ	BI CH EF GJ	BJ CH EF GI
BC EI FH JG	BE CI FH JG	BF CI EH JG	BG CI EH JF	BH CI EG JF	BI CH EG JF	BJ CH EG IF
BC EI FJ GH	BE CI FJ GH	BF CI EJ GH	BG CI EJ FH	BH CI EJ FG	BI CH EJ FG	BJ CH EI FG
BC EJ FG HI	BE CJ FG HI	BF CJ EG HI	BG CJ EF HI	BH CJ EF GI	BI CJ EF GH	BJ CI EF GH
BC EJ FH IG	BE CJ FH IG	BF CJ EH IG	BG CJ EH IF	BH CJ EG IF	BI CJ EG HF	BJ CI EG HF
BC EJ FI GH	BE CJ FI GH	BF CJ EI GH	BG CJ EI FH	BH CJ EI FG	BI CJ EH FG	BJ CI EH FG

在以 AE 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC DF GH IJ	BD CF GH IJ	BF CD GH IJ	BG CD FH IJ	BH CD FG IJ	BI CD FG HJ	BJ CD FG HI
BC DF GI JH	BD CF GI JH	BF CD GI JH	BG CD FI JH	BH CD FI JG	BI CD FH JG	BJ CD FH IG
BC DF GJ HI	BD CF GJ HI	BF CD GJ HI	BG CD FJ HI	BH CD FJ GI	BI CD FJ GH	BJ CD FI GH
BC DG FH IJ	BD CG FH IJ	BF CG DH IJ	BG CF DH IJ	BH CF DG IJ	BI CF DG HJ	BJ CF DG HI
BC DG FI JH	BD CG FI JH	BF CG DI JH	BG CF DI JH	BH CF DI JG	BI CF DH JG	BJ CF DH IG
BC DG FJ HI	BD CG FJ HI	BF CG DJ HI	BG CF DJ HI	BH CF DJ GI	BI CF DJ GH	BJ CF DI GH
BC DH FG IJ	BD CH FG IJ	BF CH DG IJ	BG CH DF IJ	BH CG DF IJ	BI CG DF HJ	BJ CG DF HI
BC DH FI JG	BD CH FI JG	BF CH DI JG	BG CH DI JF	BH CG DI JF	BI CG DH JF	BJ CG DH IF
BC DH FJ GI	BD CH FJ GI	BF CH DJ GI	BG CH DJ FI	BH CG DJ FI	BI CG DJ FH	BJ CG DI FH
BC DI FG HJ	BD CI FG HJ	BF CI DG HJ	BG CI DF HJ	BH CI DF GJ	BI CH DF GJ	BJ CH DF GI
BC DI FH JG	BD CI FH JG	BF CI DH JG	BG CI DH JF	BH CI DG JF	BI CH DG JF	BJ CH DG IF
BC DI FJ GH	BD CI FJ GH	BF CI DJ GH	BG CI DJ FH	BH CI DJ FG	BI CH DJ FG	BJ CH DI FG
BC DJ FG HI	BD CJ FG HI	BF CJ DG HI	BG CJ DF HI	BH CJ DF GI	BI CJ DF GH	BJ CI DF GH
BC DJ FH IG	BD CJ FH IG	BF CJ DH IG	BG CJ DH IF	BH CJ DG IF	BI CJ DG HF	BJ CI DG HF
BC DJ FI GH	BD CJ FI GH	BF CJ DI GH	BG CJ DI FH	BH CJ DI FG	BI CJ DH FG	BJ CI DH FG

在以 AF 為首的情形中，有以下 105 種排列情形（有顏色的字母從此處開始縮為兩個色字）：

BC DE GH IJ	BD CE GH IJ	BE CD GH IJ	BG CD EH IJ	BH CD EG IJ	BI CD EG HJ	BJ CD EG HI
BC DE GI JH	BD CE GI JH	BE CD GI JH	BG CD EI JH	BH CD EI JG	BI CD EH JG	BJ CD EH IG
BC DE GJ HI	BD CE GJ HI	BE CD GJ HI	BG CD EJ HI	BH CD EJ GI	BI CD EJ GH	BJ CD EI GH
BC DG EH IJ	BD CG EH IJ	BE CG DH IJ	BG CE DH IJ	BH CE DG IJ	BI CE DG HJ	BJ CE DG HI

BC _{DG} EI JH	BD _{CG} EI JH	BE _{CG} DI JH	BG _{CE} DI JH	BH _{CE} DI JG	BI _{CE} DH JG	BJ _{CE} DH IG
BC _{DG} EJ HI	BD _{CG} EJ HI	BE _{CG} DJ HI	BG _{CE} DJ HI	BH _{CE} DJ GI	BI _{CE} DJ GH	BJ _{CE} DI GH
BC _{DH} EG IJ	BD _{CH} EG IJ	BE _{CH} DG IJ	BG _{CH} DE IJ	BH _{CG} DE IJ	BI _{CG} DE HJ	BJ _{CG} DE HI
BC _{DH} EI JG	BD _{CH} EI JG	BE _{CH} DI JG	BG _{CH} DI JE	BH _{CG} DI JE	BI _{CG} DH JE	BJ _{CG} DH IE
BC _{DH} EJ GI	BD _{CH} EJ GI	BE _{CH} DJ GI	BG _{CH} DJ EI	BH _{CG} DJ EI	BI _{CG} DJ EH	BJ _{CG} DI EH
BC _{DI} EG HJ	BD _{CI} EG HJ	BE _{CI} DG HJ	BG _{CI} DE HJ	BH _{CI} DE GJ	BI _{CH} DE GJ	BJ _{CH} DE GI
BC _{DI} EH JG	BD _{CI} EH JG	BE _{CI} DH JG	BG _{CI} DH JE	BH _{CI} DG JE	BI _{CH} DG JE	BJ _{CH} DG IE
BC _{DI} EJ GH	BD _{CI} EJ GH	BE _{CI} DJ GH	BG _{CI} DJ EH	BH _{CI} DJ EG	BI _{CH} DJ EG	BJ _{CH} DI EG
BC _{DJ} EG HI	BD _{CJ} EG HI	BE _{CJ} DG HI	BG _{CJ} DE HI	BH _{CJ} DE GI	BI _{CJ} DE GH	BJ _{CI} DE GH
BC _{DJ} EH IG	BD _{CJ} EH IG	BE _{CJ} DH IG	BG _{CJ} DH IE	BH _{CJ} DG IE	BI _{CJ} DG HE	BJ _{CI} DG HE
BC _{DJ} EI GH	BD _{CJ} EI GH	BE _{CJ} DI GH	BG _{CJ} DI EH	BH _{CJ} DI EG	BI _{CJ} DH EG	BJ _{CI} DH EG

在以 AG 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC _{DE} FH IJ	BD _{CE} FH IJ	BE _{CD} FH IJ	BF _{CD} EH IJ	BH _{CD} EF IJ	BI _{CD} EFHJ	BJ _{CD} EFHI
BC _{DE} FI JH	BD _{CE} FI JH	BE _{CD} FI JH	BF _{CD} EI JH	BH _{CD} EI JF	BI _{CD} EH JF	BJ _{CD} EH IF
BC _{DE} FJHI	BD _{CE} FJHI	BE _{CD} FJHI	BF _{CD} EJHI	BH _{CD} EJ FI	BI _{CD} EJ FH	BJ _{CD} EI FH
BC _{DF} EH IJ	BD _{CF} EH IJ	BE _{CF} DH IJ	BF _{CE} DH IJ	BH _{CE} DF IJ	BI _{CE} DFHJ	BJ _{CE} DFHI
BC _{DF} EI JH	BD _{CF} EI JH	BE _{CF} DI JH	BF _{CE} DI JH	BH _{CE} DI JF	BI _{CE} DH JF	BJ _{CE} DH IF
BC _{DF} EJHI	BD _{CF} EJHI	BE _{CF} DJHI	BF _{CE} DJHI	BH _{CE} DJ FI	BI _{CE} DJ FH	BJ _{CE} DI FH
BC _{DH} EF IJ	BD _{CH} EF IJ	BE _{CH} DF IJ	BF _{CH} DE IJ	BH _{CF} DE IJ	BI _{CF} DEHJ	BJ _{CF} DEHI
BC _{DH} EI JF	BD _{CH} EI JF	BE _{CH} DI JF	BF _{CH} DI JE	BH _{CF} DI JE	BI _{CF} DH JE	BJ _{CF} DH IE
BC _{DH} EJ FI	BD _{CH} EJ FI	BE _{CH} DJ FI	BF _{CH} DJ EI	BH _{CF} DJ EI	BI _{CF} DJ EH	BJ _{CF} DI EH
BC _{DI} EFHJ	BD _{CI} EFHJ	BE _{CI} DFHJ	BF _{CI} DEHJ	BH _{CI} DE FJ	BI _{CH} DE FJ	BJ _{CH} DE FI
BC _{DI} EH JF	BD _{CI} EH JF	BE _{CI} DH JF	BF _{CI} DH JE	BH _{CI} DF JE	BI _{CH} DF JE	BJ _{CH} DF IE
BC _{DI} EJ FH	BD _{CI} EJ FH	BE _{CI} DJ FH	BF _{CI} DJ EH	BH _{CI} DJ EF	BI _{CH} DJ EF	BJ _{CH} DI EF
BC _{DJ} EF HI	BD _{CJ} EFHI	BE _{CJ} DFHI	BF _{CJ} DEHI	BH _{CJ} DE FI	BI _{CJ} DE FH	BJ _{CI} DE FH
BC _{DJ} EH IF	BD _{CJ} EH IF	BE _{CJ} DH IF	BF _{CJ} DH IE	BH _{CJ} DF IE	BI _{CJ} DFHE	BJ _{CI} DFHE
BC _{DJ} EI FH	BD _{CJ} EI FH	BE _{CJ} DI FH	BF _{CJ} DI EH	BH _{CJ} DI EF	BI _{CJ} DH EF	BJ _{CI} DH EF

在以 AH 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC _{DE} FG IJ	BD _{CE} FG IJ	BE _{CD} FG IJ	BF _{CD} EG IJ	BG _{CD} EF IJ	BI _{CD} EFGJ	BJ _{CD} EFGI
BC _{DE} FI JG	BD _{CE} FI JG	BE _{CD} FI JG	BF _{CD} EI JG	BG _{CD} EI JF	BI _{CD} EG JF	BJ _{CD} EG IF
BC _{DE} FJ GI	BD _{CE} FJ GI	BE _{CD} FJ GI	BF _{CD} EJ GI	BG _{CD} EJ FI	BI _{CD} EJ FG	BJ _{CD} EI FG
BC _{DF} EG IJ	BD _{CF} EG IJ	BE _{CF} DG IJ	BF _{CE} DG IJ	BG _{CE} DF IJ	BI _{CE} DF GJ	BJ _{CE} DF GI

BC _{DF} EI JG	BD _{CF} EI JG	BE _{CF} DI JG	BF _{CE} DI JG	BG _{CE} DI JF	BI _{CE} DG JF	BJ _{CE} DG IF
BC _{DF} EJ GI	BD _{CF} EJ GI	BE _{CF} DJ GI	BF _{CE} DJ GI	BG _{CE} DJ FI	BI _{CE} DJ FG	BJ _{CE} DI FG
BC _{DG} EF IJ	BD _{CG} EF IJ	BE _{CG} DF IJ	BF _{CG} DE IJ	BG _{CF} DE IJ	BI _{CF} DE GJ	BJ _{CF} DE GI
BC _{DG} EI JF	BD _{CG} EI JF	BE _{CG} DI JF	BF _{CG} DI JE	BG _{CF} DI JE	BI _{CF} DG JE	BJ _{CF} DG IE
BC _{DG} EJ FI	BD _{CG} EJ FI	BE _{CG} DJ FI	BF _{CG} DJ EI	BG _{CF} DJ EI	BI _{CF} DJ EG	BJ _{CF} DI EG
BC _{DI} EF GJ	BD _{CI} EF GJ	BE _{CI} DF GJ	BF _{CI} DE GJ	BG _{CI} DE FJ	BI _{CG} DE FJ	BJ _{CG} DE FI
BC _{DI} EG JF	BD _{CI} EG JF	BE _{CI} DG JF	BF _{CI} DG JE	BG _{CI} DF JE	BI _{CG} DF JE	BJ _{CG} DF IE
BC _{DI} EJ FG	BD _{CI} EJ FG	BE _{CI} DJ FG	BF _{CI} DJ EG	BG _{CI} DJ EF	BI _{CG} DJ EF	BJ _{CG} DI EF
BC _{DJ} EFGI	BD _{CJ} EFGI	BE _{CJ} DFGI	BF _{CJ} DEGI	BG _{CJ} DE FI	BI _{CJ} DE FG	BJ _{CI} DE FG
BC _{DJ} EG IF	BD _{CJ} EG IF	BE _{CJ} DG IF	BF _{CJ} DG IE	BG _{CJ} DF IE	BI _{CJ} DFGE	BJ _{CI} DFGE
BC _{DJ} EI FG	BD _{CJ} EI FG	BE _{CJ} DI FG	BF _{CJ} DI EG	BG _{CJ} DI EF	BI _{CJ} DG EF	BJ _{CI} DG EF

在以 AI 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC _{DE} FG HJ	BD _{CE} FG HJ	BE _{CD} FG HJ	BF _{CD} EG HJ	BG _{CD} EF HJ	BH _{CD} EFGJ	BJ _{CD} EFGG
BC _{DE} FH JG	BD _{CE} FG JH	BE _{CD} FG JH	BF _{CD} EH JG	BG _{CD} EH JF	BH _{CD} EG JF	BJ _{CD} EG GF
BC _{DE} FJ GH	BD _{CE} FJ GH	BE _{CD} FJ GH	BF _{CD} EJ GH	BG _{CD} EJ FH	BH _{CD} EJ FG	BJ _{CD} EG FG
BC _{DF} EG HJ	BD _{CF} EG HJ	BE _{CF} DG HJ	BF _{CE} DG HJ	BG _{CE} DF HJ	BH _{CE} DF GJ	BJ _{CE} DF GG
BC _{DF} EH JG	BD _{CF} EG JH	BE _{CF} DH JG	BF _{CE} DH JG	BG _{CE} DH JF	BH _{CE} DG JF	BJ _{CE} DG GF
BC _{DF} EJ GH	BD _{CF} EJ GH	BE _{CF} DJ GH	BF _{CE} DJ GH	BG _{CE} DJ FH	BH _{CE} DJ FG	BJ _{CE} DG FG
BC _{DG} EF HJ	BD _{CG} EF HJ	BE _{CG} DF HJ	BF _{CG} DE HJ	BG _{CF} DE HJ	BH _{CF} DE GJ	BJ _{CF} DE GH
BC _{DG} EH JF	BD _{CG} EH JF	BE _{CG} DH JF	BF _{CG} DH JE	BG _{CF} DH JE	BH _{CF} DG JE	BJ _{CF} DG HE
BC _{DG} EJ FH	BD _{CG} EJ FH	BE _{CG} DJ FH	BF _{CG} DJ EH	BG _{CF} DJ EH	BH _{CF} DJ EG	BJ _{CF} DH EG
BC _{DH} EF GJ	BD _{CH} EF GJ	BE _{CH} DF GJ	BF _{CH} DE GJ	BG _{CH} DE FJ	BH _{CG} DE FJ	BJ _{CG} DE FH
BC _{DH} EG JF	BD _{CH} EG JF	BE _{CH} DG JF	BF _{CH} DG JE	BG _{CH} DF JE	BH _{CG} DF JE	BJ _{CG} DF HE
BC _{DH} EJ FG	BD _{CH} EJ FG	BE _{CH} DJ FG	BF _{CH} DJ EG	BG _{CH} DJ EF	BH _{CG} DJ EF	BJ _{CG} DH EF
BC _{DJ} EF GH	BD _{CJ} EF GH	BE _{CJ} DF GH	BF _{CJ} DE GH	BG _{CJ} DE FH	BH _{CJ} DE FG	BJ _{CH} DE FG
BC _{DJ} EG HF	BD _{CJ} EG HF	BE _{CJ} DG HF	BF _{CJ} DG HE	BG _{CJ} DF HE	BH _{CJ} DF GE	BJ _{CH} DF GE
BC _{DJ} EH FG	BD _{CJ} EH FG	BE _{CJ} DH FG	BF _{CJ} DH EG	BG _{CJ} DH EF	BH _{CJ} DG EF	BJ _{CH} DG EF

在以 AJ 為首的情形中，有以下 105 種排列情形：

BC _{DE} FG HI	BD _{CE} FG HI	BE _{CD} FG HI	BF _{CD} EG HI	BG _{CD} EF HI	BH _{CD} EF GI	BI _{CD} EF GH
BC _{DE} FH IG	BD _{CE} FH IG	BE _{CD} HG IG	BF _{CD} EH IG	BG _{CD} EH IF	BH _{CD} EG IF	BI _{CD} EG HF
BC _{DE} FI GH	BD _{CE} FI GH	BE _{CD} FI GH	BF _{CD} EI GH	BG _{CD} EI FH	BH _{CD} EI FG	BI _{CD} EH FG
BC _{DF} EG HI	BD _{CF} EG HI	BE _{CF} DG HI	BF _{CE} DG HI	BG _{CE} DF HI	BH _{CE} DF GI	BI _{CE} DF GH

BC _{DF} EH IG	BD _{CF} EH IG	BE _{CF} DH IG	BF _{CE} DH IG	BG _{CE} DH IF	BH _{CE} DG IF	BI _{CE} DG HF
BC _{DF} EI GH	BD _{CF} EI GH	BE _{CF} DI GH	BF _{CE} DI GH	BG _{CE} DI FH	BH _{CE} DI FG	BI _{CE} DH FG
BC _{DG} EF HI	BD _{CG} EF HI	BE _{CG} DF HI	BF _{CG} DE HI	BG _{CF} DE HI	BH _{CF} DE GI	BI _{CF} DE GH
BC _{DG} EH IF	BD _{CG} EH IF	BE _{CG} DH IF	BF _{CG} DH IE	BG _{CF} DH IE	BH _{CF} DG IE	BI _{CF} DG HE
BC _{DG} EI FH	BD _{CG} EI FH	BE _{CG} DI FH	BF _{CG} DI EH	BG _{CF} DI EH	BH _{CF} DI EG	BI _{CF} DH EG
BC _{DH} EF GI	BD _{CH} EF GI	BE _{CH} DF GI	BF _{CH} DE GI	BG _{CH} DE FI	BH _{CG} DE FI	BI _{CG} DE FH
BC _{DH} EG IF	BD _{CH} EG IF	BE _{CH} DG IF	BF _{CH} DG IE	BG _{CH} DF IE	BH _{CG} DF IE	BI _{CG} DF HE
BC _{DH} EI FG	BD _{CH} EI FG	BE _{CH} DI FG	BF _{CH} DI EG	BG _{CH} DI EF	BH _{CG} DI EF	BI _{CG} DH EF
BC _{DI} EF GH	BD _{CI} EF GH	BE _{CI} DF GH	BF _{CI} DE GH	BG _{CI} DE FH	BH _{CI} DE FG	BI _{CH} DE FG
BC _{DI} EG HF	BD _{CI} EG HF	BE _{CI} DG HF	BF _{CI} DG HE	BG _{CI} DF HE	BH _{CI} DF GE	BI _{CH} DF GE
BC _{DI} EH FG	BD _{CI} EH FG	BE _{CI} DH FG	BF _{CI} DH EG	BG _{CI} DH EF	BH _{CI} DG EF	BI _{CH} DG EF

研究結果

在以 AB 為首的 10 人排列中，後面 8 人可看做研究三的組合，各有 105 種，故在以 AB、AC...AJ 等九項組合為首的組合中，可以列成算式

$$105 \times 9 = 945$$

(研究三的八人分組結果，有 105 種)

(以 A 為首的兩人組合，共有九種搭配)

第一部分研究結果

統整 4 人、6 人、8 人、10 人的組合情形，可以整理成以下算式：

4 人組合情形：3 種

6 人組合情形：3*5 種

8 人組合情形：3*5*7 種

10 人組合情形：3*5*7*9 種

由以上可知，若人數兩人兩人遞增，則可以推出當有 N 人一組時，組合情形應有

$$3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (N-1) \text{ 種}$$

故可推出當人數來到 24 人時，組合情形有 $3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 23$ 種

第二部分

研究一

總人數 8 人，每 4 人一組，分組的情形如下（以下只討論 A 所在的房間）：

AB 先固定，排列其他部分：

ABCD	ABDC	ABEC	ABFC	ABGC
ABCE	ABDE	ABED	ABFD	ABGD
ABCF	ABDF	ABEF	ABFE	ABGE
ABCG	ABDG	ABEG	ABFG	ABGF
ABCH	ABDH	ABEH	ABFH	ABGH

將分組意義相同部分以同色塊標記：

ABCD	ABDC	ABEC	ABFC	ABGC
ABCE	ABDE	ABED	ABFD	ABGD
ABCF	ABDF	ABEF	ABFE	ABGE
ABCG	ABDG	ABEG	ABFG	ABGF
ABCH	ABDH	ABEH	ABFH	ABGH

移除後發現有項目數量的規律：

ABCD				
ABCE	ABDE			
ABCF	ABDF	ABEF		
ABCG	ABDG	ABEG	ABFG	
ABCH	ABDH	ABEH	ABFH	ABGH

接著 AC 固定，進行分組，並直接移除相同部分：

ACDE			
ACDF	ACEF		
ACDG	ACEG	ACFG	
ACDH	ACEH	ACFH	ACGH

接著 AE 固定，進行分組，並移除相同部分

A EFG	
A EFH	A EGH

接著 AF 固定，進行分組，並移除相同部分

AFGH

全部排列完後重新整理其規律如下：

ABCD	ABDE	ABEF	ABFG	ABGH
ABCE	ABDF	ABEG	ABFH	
ABCF	ABDG	ABEH		
ABCG	ABDH			
ABCH				

以 AB 為首的組合共有 $5 + 4 + 3 + 2 + 1$ 種

ACDE	ACEF	ACFG	ACGH
ACDF	ACEG	ACFH	
ACDG	ACEH		
ACDH			

以 AC 為首的組合共有 $4 + 3 + 2 + 1$ 種

ADEF	ADFG	ADGH
ADEG	ADFH	
ADEH		

以 AD 為首的組合共有 $3 + 2 + 1$ 種

AEFG	AEGH
AEFH	

以 AE 為首的組合共有 $2 + 1$ 種

AFGH

以 AF 為首的組合共有 1 種

研究結果

在以 AB 為首的組合中，有 $5+4+3+2+1$ 種，

在以 AC 為首的組合中，有 $4+3+2+1$ 種，

在以 AD 為首的組合中，有 $3+2+1$ 種，

在以 AE 為首的組合中，有 $2+1$ 種，

在以 AF 為首的組合中，有 1 種，

以 A 為首的組合共計 $5*1 + 4*2 + 3*3 + 2*4 + 1*5 = 35$ 種

研究二

總人數 12 人時，將之視為前 4 人和後 8 人的組合，而後 8 人的組合情形沿用研究一的結果，故以下只列出前 4 人的分組狀況：

以 AB 為首

ABCD	ABDE	ABEF	ABFG	ABGH	ABHI	ABIJ	ABJK	ABKL
ABCE	ABDF	ABEG	ABFH	ABGI	ABHJ	ABIK	ABJL	
ABCF	ABDG	ABEH	ABFI	ABGJ	ABHK	ABIL		
ABCG	ABDH	ABEI	ABFJ	ABGK	ABHL			
ABCH	ABDI	ABEL	ABFK	ABGL				
ABCI	ABDJ	ABEK	ABFL					
ABCJ	ABDK	ABEL						
ABCK	ABDL							
ABCL								

以 AC 為首

ACDE	ACEF	ACFG	ACGH	ACHI	ACIJ	ACJK	ACKL
ACDF	ACEG	ACFH	ACGI	ACHJ	ACIK	ACJL	
ACDG	ACEH	ACFI	ACGJ	ACHK	ACIL		
ACDH	ACEI	ACFJ	ACGK	ACL			
ACDI	ACEJ	ACFK	ACGL				
ACDJ	ACEK	ACFL					
ACDK	ACEL						
ACDL							

以 AD 為首

ADEF	ADFG	ADGH	ADHI	ADIJ	ADJK	ADKL
ADEG	ADFH	ADGI	ADHJ	ADIK	ADJL	
ADEH	ADFI	ADGJ	ADHK	ADIL		
ADEI	ADFJ	ADGK	ADHL			
ADEJ	ADFK	ADGL				

ADEK	ADFL					
ADEL						

以 AE 為首

AEFG	AEGH	AEHI	AEIJ	AEJK	AEKL
AEFH	AEGI	AEHJ	AEIK	AEJL	
AEFI	AEGJ	AEHK	AEIL		
AEFJ	AE GK	AEHL			
AEFK	AEGL				
AEFL					

以 AF 為首

AFGH	AFHI	AFIJ	AFJK	AFKL
AFGI	AFHJ	AFIK	AFJL	
AFGJ	AFHK	AFIL		
AFGK	AFHL			
AFGL				

以 AG 為首

AGHI	AGIJ	AGJK	AGKL
AGHJ	AGIK	AGJL	
AGHK	AGIL		
AGHL			

以 AH 為首

AHIJ	AHJK	AHKL
AHIK	AHJL	
AHIL		

以 AI 為首

AIJK	AIKL
AIJL	

以 AJ 為首

AJKL

研究結果一

在以 AB 為首的組合中，共有 $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AC 為首的組合中，共有 $8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AD 為首的組合中，共有 $7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AE 為首的組合中，共有 $6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AF 為首的組合中，共有 $5+4+3+2+1$ 種，

在以 AG 為首的組合中，共有 $4+3+2+1$ 種，

在以 AH 為首的組合中，共有 $3+2+1$ 種，

在以 AI 為首的組合中，共有 $2+1$ 種，

在以 AJ 為首的組合中，共有 1 種，

以上在以 A 為首的組合中，共有 $(9+8*2+7*3+6*4+5*5+4*6+3*7+2*8+1*9)$ 種，但括號裡的總數還需要搭配後面 8 人的排列情形，所以是一種相乘的結果，也就是

$$(9*1 + 8*2 + 7*3 + 6*4 + 5*5 + 4*6 + 3*7 + 2*8 + 1*9) \times (5*1 + 4*2 + 3*3 + 2*4 + 1*5)$$

(前四個英文字母以 A 為首的排列情形)

(後面八個字母的排列情形)

答案為以上兩括號的數字乘積，至此，承完後的數值暴增，故相乘後的數字將不列出。

研究結果二

歸納前兩個部分的結果，我們可以推論當總人數來到 16 人時，我們亦可將 16 人分為前 4 人和後 12 人，而總組合數即為前 4 人和後 12 人的乘積。前 4 人的組合情形，歸納上面的研究結果，可以推論其列式如下：

在以 AB 為首的組合中，有 $13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AC 為首的組合中，有 $12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AD 為首的組合中，有 $11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AE 為首的組合中，有 $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AF 為首的組合中，有 $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AG 為首的組合中，有 $8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AH 為首的組合中，有 $7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AI 為首的組合中，有 $6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AJ 為首的組合中，有 $5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AK 為首的組合中，有 $4+3+2+1$ 種，
 在以 AL 為首的組合中，有 $3+2+1$ 種，
 在以 AM 為首的組合中，有 $2+1$ 種，
 在以 AN 為首的組合中，有 1 種，
 這裡的每一種排列，都還需要搭配後面 12 人的排列情形，也就是
 $(13*1+12*2+11*3+10*4+9*5+8*6+7*7+6*8+5*9+4*10+3*11+2*12+1*13)$
 $\times (9*1+8*2+7*3+6*4+5*5+4*6+3*7+2*8+1*9)$
 $\times (5*1+4*2+3*3+2*4+1*5)$

研究結果三

歸納第二部分研究二的研究結果一和研究結果二，我們可以推論當總人數來到 24 人時，我們亦可將 24 人分為前 4 人和後 20 人，而總組合數即為前 4 人和後 20 人的乘積，而前 4 人的組合情形，歸納上面的研究結果，可以推論其排列方式有：

在以 AB 為首的組合中，有 $21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AC 為首的組合中，有 $20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AD 為首的組合中，有 $19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AE 為首的組合中，有 $18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AF 為首的組合中，有 $17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AG 為首的組合中，有 $16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AG 為首的組合中，有 $15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AI 為首的組合中，有 $14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AJ 為首的組合中，有 $13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AK 為首的組合中，有 $12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AL 為首的組合中，有 $11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AM 為首的組合中，有 $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AN 為首的組合中，有 $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AO 為首的組合中，有 $8+7+6+5+4+3+2+1$ 種，
 在以 AP 為首的組合中，有 $7+6+5+4+3+2+1$ 種，

在以 AQ 為首的組合中，有	6+5+4+3+2+1 種，
在以 AR 為首的組合中，有	5+4+3+2+1 種，
在以 AS 為首的組合中，有	4+3+2+1 種，
在以 AT 為首的組合中，有	3+2+1 種，
在以 AU 為首的組合中，有	2+1 種，
在以 AV 為首的組合中，有	1 種，

這裡的每一種排列，都還需要搭配後面 20 人的排列情形，也就是

$(21*1+20*2+19*3+18*4+17*5+\dots+11*11+10*12+\dots+3*19+2*20+1*21)$	-----24 人中的前 4 人排列
$\times (17*1+16*2+15*3+14*4+\dots+9*9+8*10+7*11+\dots+3*15+2*16+1*17)$	-----20 人中的前 4 人排列
$\times (13*1+12*2+\dots+7*7+6*8+\dots+2*12+1*13)$	-----16 人中的前 4 人排列
$\times (9*1+8*2+7*3+6*4+5*5+4*6+3*7+2*8+1*9)$	-----12 人中的前 4 人排列
$\times (5*1+4*2+3*3+2*4+1*5)$	-----8 人排列

肆、研究結果：

第一部分

一、在兩人一組的部分，我們得到當總人數為 N (N 為偶數) 人時，組合情形有

$$3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (N-1) \text{種}$$

二、在四人一組的部分，我們得到當總人數為 N (N 為 4 的倍數) 人時，組合情形有

$$1 \cdot (N-3)*1+(N-4)*2+(N-5)*3+\dots+2*(N-4)+1*(N-3)$$

$$\times (N-7)*1+(N-8)*2+\dots+2*(N-8)+1*(N-7)$$

$$\times (N-11)*1+(N-12)*2+\dots+2*(N-12)+1*(N-11)$$

$$\times (N-15)*1+\dots+1*(N-15)$$

$$\times (N-19)*1+\dots+1*(N-19)$$

.....

以上 N 須大於可減的數

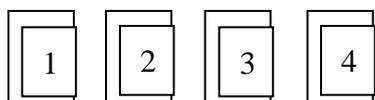
2、運算項目皆為奇數項，在前項遞減的過程中，中位數的乘數恰巧是自己，經過此完全

平方數之後，前項與後項相乘的數字開始交換。

經過以上列式，我們可以用找到的規律，硬算出班上 24 人的分組結果，而得到的數字也將非常龐大；雖然老師希望我們可以將結論用一種算式表現，讓自己的計算過程依照某種規律得到一個不論人數皆可計算的方法，但研究至此，依照我們歸納出的結論，肯定會讓我們花費非常可觀的時間來得到結果，這時，經過老師的提點，我們決定試試另一種思維。

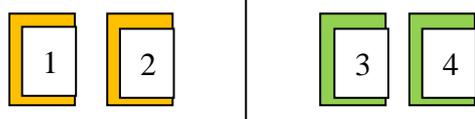
第二部分

一、總人數 4 人時，我們可以用下列四張床位表示此四人的位置：



編號 1 為第一張床，可能是 A 所選，可能是 B，可能是 C 也可能是 D，所以有四種可能；在第一張床被選擇了之後，編號 2 的第二張床可能是剩下三人中的任一人所選，所以有三種可能；同理編號 3 的床剩兩人可選擇，而僅剩的最後一人只剩最後一張床，故可以得出此依序選擇四張床的人的排列有 $4*3*2*1$ 種排列方式。

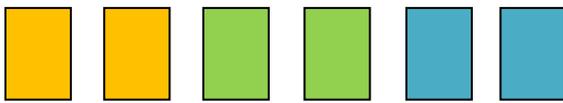
但此題型為總分數四人兩兩分組，所以我們讓左邊兩張床同屬於一間房，右邊兩床同屬另一間房，如下所示：



則編號一和編號 2 的床位不論排列狀況是 AB 或 BA，皆視為同一種；同理編號 3 和編號 4 的床位亦然，所以排列情形的總數需要除以左邊的兩張床，以及除以右邊的兩張床，目前的算式為 $\frac{4*3*2*1}{2*2}$ 。

再假設待在左邊房間的為 AB，此時的右邊房間勢必為 CD，如此的分配和 CD 同時選左邊房間，而 AB 則必定在右邊房間的情形來看，都視為 AB 同組、CD 同組，所以在分組的意義上是一樣的，所以算式來到 $\frac{4*3*2*1}{2*2*2} = 3$ 。

二、總人數為 6 人時，我們可以用下列六張床表示六人的排列可能(同房間以同色床代表)：



承上，以上 6 人由左至右依序排列的情形有 $6*5*4*3*2*1$ 種。

又因為黃色房間的兩張床位互換，在分組上為同義，而綠色、藍色房間亦然，故算式調

整為 $\frac{6*5*4*3*2*1}{2*2*2}$ 。

而三間房間只要各自所在的成員不變，不論他們去到哪一間房間間視為同一組，故算式

來到 $\frac{6*5*4*3*2*1}{2*2*2*(3*2*1)} = 15$ 。

至此，答案與研究結果的第一部分吻合，故我們可以歸納出當人數為 N (N 為偶數) 時，

且兩人一組時，我們可以將算式列為

$$\frac{N * (N - 1) * (N - 2) * (N - 3) * \dots * 1}{2^{N/2} * \left[\left(\frac{N}{2} \right) * \left(\frac{N}{2} - 1 \right) * \dots * 1 \right]}$$

三、總人數為 8 人時，四人一組時，我們可以用下列八張床表示八人的排列可能：



8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1

又因為黃色房間的四張床位互換仍視為在同一房間，藍色房間亦然，且黃藍兩間房間互

換也為同樣的結果，故算式為 $\frac{8*7*6*5*4*3*2*1}{(4*3*2*1)*(4*3*2*1)*2} = 35$ 。

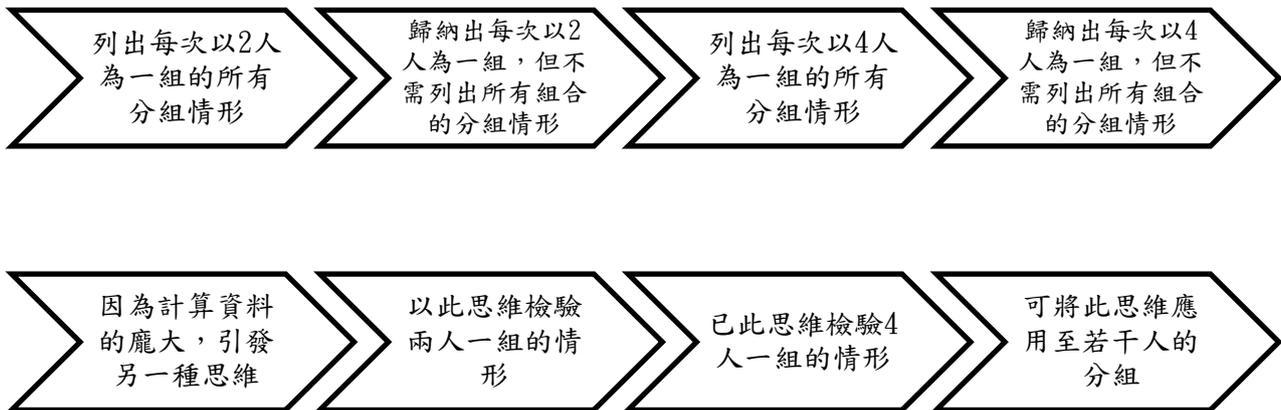
四、當總人數為 24 人，每 4 人一組，則我們可以將算式列為 $\frac{24*23*22*\dots*3*2*1}{(4*3*2*1)^6*(6*5*4*3*2*1)}$ 。

至此，我們可以歸納出當總人數為 N (N 為 4 的倍數)，且四人一組時，我們可以將算式列為

$$\frac{N * (N - 1) * (N - 2) * (N - 3) * \dots * 1}{(4 * 3 * 2 * 1)^{N/4} * \left[\binom{N}{4} * \left(\frac{N}{4} - 1 \right) * \dots * 1 \right]}$$

伍、討論

整個討論過程架構如下：



- 一、在我們的討論中，人數和分組的設定是被簡化的，但在現實生活中，更常出現的是討論之外的情形。
- 二、我們嘗試著以自己的排列規則，和最後以機率出發的思維來向其他同學解釋我們這次的科展內容時，愈解釋愈發現在排列規則的說明上不但很花時間，且聽講者的理解偏低，不一定能識破或理解我們的規則，愈到後來，我們愈偏向以機率出發的思維來解釋。
- 三、現實生活不只有不剛好的總數量，還存在其他更多的變因，例如男女不同房、自己的特定選擇、其他突發狀況—生病無法成行、朋友吵架、睡眠習慣…，最後是不一定統一的房型。這次的討論狀況是畢旅，如果是家庭好友出遊，則有更多選擇，毋須統一。而機率思維的解題，除了加速我們的計算速度外，也能應付混合房型的計算。

陸、結論

我們這次的科展主題是由畢業旅行的房間分組開始發想，每天每週，房間的成員都會因為各種事情產生各種組合；在確定房型為四人房後，我們有了更明確的條件--每四人一組，但我們也知道，人數和分組的設定必須經過設計，我們才能就剛剛好的數字進行研究和討論。

即使數字理想化了，但男生和女生無法混和分組，所以現實情況的解決方法和我們學會的計算和歸納結果依然不符合，況且還有一個最最最難掌握的變因—心情；每天發生的各種事情和隨之而來的情緒和感覺，在在影響同學們的分組決定，老師也乾脆宣布分組名單在畢業旅行前一週才會公布，原因就是我們三心二意、一再而再更動的小組名單。

在這次科展中，我們體會最深的是：「**數學能解決規律性的、不受人為影響操縱變因的問題**」，所能討論的也都是「**理智的、不受情緒控制的問題**」，我們的研究不一定解決了班上的房間分組，但是讓我們體驗了一次不同想法的人，長時間聚在一起討論、一起找答案的過程。

到目前為止，我們在課堂上所學的數學都是有標準答案的問題，但在這次的研究中，我們為了一個不確定答案是什麼的題目，攜手一步一步地往前走：從題目的決定、成員的組成、放假時的線上開會（從日本連線、從墾丁連線、在車上連線、在飯店連線），加上無數個午休時間聚在一起絞盡腦汁、交換想法…。我們可能各自擅長的領域不同，但我們願意彼此提醒彼此等待，好讓所有人一起跟上，再一起想破腦袋。我們的科展初體驗雖然來得慢，但我們一定會記得這個在畢業前的特殊體驗。

謝謝評審，謝謝一起完成這次研究的夥伴們。