

+

新竹市第四十一屆中小學科學展覽會
作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

關鍵詞：立體 OOX、阻擋、雙活三

作品名稱：疊疊疊!叉圈弄「高」的最高境界!

編 號：112PA-M007

摘要

本研究是想了解井字遊戲的延伸，是否具有公平性、不敗法與必勝法。首先先了解所有連線方法後，再針對線路去分析。我們分析連線後，發現阻擋對手連線，在一定的情況下是可以達成平手且公平。獲勝方法，使用雙活三策略是比較容易達成的，並且雙活三也有一些變形的用法。

壹、前言

一、研究動機:新學期的開始，我們同學帶來了一個特別的桌遊，這個遊戲跟圈圈叉叉很類似，同學告訴我們這是「立體的圈圈叉叉」，並跟我們介紹如何來玩這個遊戲，我們發現「立體的圈圈叉叉」比一般井字遊戲更有策略性，但是我們沒有使用黑色阻擋棋子，因為這樣會造成不確定性，我們最後決定研究有沒有公平，連線法及獲勝方法。

二、研究目的:

- (一) 找出 4x4 和 4x4x4 圈圈叉叉的連線方法。
- (二) 找出 4x4x4 圈圈叉叉的公平性。
- (三) 找出 4x4x4 圈圈叉叉的獲勝方法。
- (四) 找出 4x4x4 圈圈叉叉第一步時如何下。
- (五) 找出 4x4x4 圈圈叉叉下棋的策略。



立體圈圈叉叉

三、文獻探討

(一) 博弈的定義:博弈，又名機率遊戲，在遊戲規則下，基於直接相互作用的環境條件，各參與人依靠所掌握的信息，選擇各自策略（行動），以實現利益最大化和風險成本最小化的過程。

(二) 圈圈叉叉的定義:兩個玩家，一個打圈(○)，一個打叉(×)，輪流在 N×N 的格上打自己的符號，最先以橫、直、斜連成一線則為勝。如果雙方都下得正確無誤，棋盤將會被填滿而和局。這種遊戲在平面 3×3 時實際上是由第一位玩家所控制，第一位玩家是攻，第二位玩家是守。第一位玩家在角位行第一子的話贏面最大，第二位玩家若是在邊，角位下子，第一位玩家就可以以兩粒連線牽制著第二位玩家，然後製造「兩頭蛇」，所以他必須下中央。如第一位玩家下在中央，則第二位玩家必須下在角位才不會輸。如第一位玩家下在邊位，第二位玩家可以下在中央或角位，或是與第一位玩家下的位置相對的邊位。

(三) 公平性的定義:如果這個遊戲任何一方都選出對的選擇，而寫雙方犯錯的機率是相等的话，這個遊戲就是公平的。

1.明確不公平性：若已經證明出一方必勝，則此遊戲可稱為明確不公平。例如：一般規則的五子棋為明確不公平的。

2.單調不公平性：若已經證明出一方必然不會必勝，但尚無法證明另一方必然不會必勝，則此遊戲可稱為單調不公平。

四、名詞解釋

(一) 立體圈圈叉叉 4x4x4:由正常的平面 3x3 井字遊戲放大。長、寬、高都需四個連線

(二) 雙活三:有兩條活路可以下，如果敵人擋了其中一條，可以靠另一條獲勝。

(三) 連線方法:指定一格，那格所能連成的線。

(四) 不敗法:其中一方不會輸、結果只有平手和贏，可以完全阻擋敵人贏的路徑。

(五) 必勝法:有一方有一定會贏的方法。當有一方使用了必勝法，另一方一定會輸。不會出現兩方都有用必勝法的情況。

貳、研究設備及器材

電腦、Google Document、Google Drive、紀錄筆記本、立體 4x4x4 圈圈叉叉

參、研究過程或方法

一、研究方法:從平面 4X4 的棋盤連線去延生到立體 4X4X4 的連線，分析位置可以擋下的連線方式，找出其中的公平性、有沒有不敗法及獲勝方法並且實際操作紀錄。

二、研究過程

(一) 找出 4x4 和 4x4x4 圈圈叉叉的連線方法。

我們首先想要找出 4x4 的勝利方式，這樣之後就可以找到 4x4x4 的勝利或是不敗方法，所以我們幫 4x4 的棋盤編號:

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

我們研究 4*4 的過程:

o1		x5	x1
	x3		o4
x4	o5	o3	
o2			x2

步數與過程紀錄表:

	1	2	3	4	5
o	7	5	3	1	0
x	7	5	3	1	0

我們最後發現:在第四步的時候就可以確定平局了。

我們後來想要找出在 4x4x4 的勝利方式，因為這樣可以在每一局中記錄下每一棋可以

阻擋對方的連線方法，我們首先把棋盤上的每一格作編號(A1~D16)，整理如下：

(一) 第一層

A13	A9	A5	A1
A14	A10	A6	A2
A15	A11	A7	A3
A16	A12	A8	A4

(二) 第二層

B13	B9	B5	B1
B14	B10	B6	B2
B15	B11	B7	B3
B16	B12	B8	B4

(三) 第三層

C13	C9	C5	C1
C14	C10	C6	C2
C15	C11	C7	C3
C16	C12	C8	C4

(四) 第四層

D13	D9	D5	D1
D14	D10	D6	D2
D15	D11	D7	D3
D16	D12	D8	D4

後來，我們再把連線方式分成 4 類，76 種連線方式(A-1~A-40、B-1~B-16、C-1~C-16、D-1~D-4)，整理(如下頁)：

(一) 平面第一層~平面第四層(A-1~A-40)

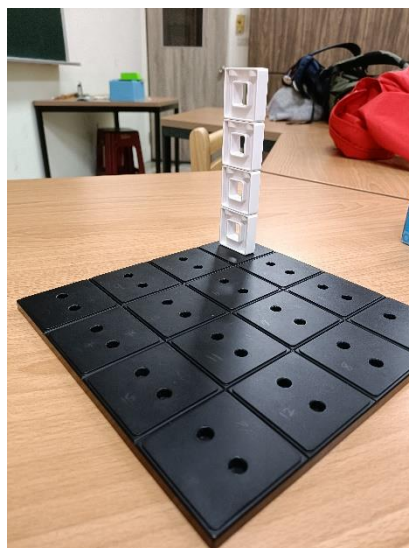
13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

連線方法(第一層)	連線方法(第二層)	連線方法(第三層)	連線方法(第四層)	連線所需點位
A-1	A-11	A-21	A-31	1→5→9→13
A-2	A-12	A-22	A-32	2→6→10→14
A-3	A-13	A-23	A-33	3→7→11→15
A-4	A-14	A-24	A-34	4→8→12→16
A-5	A-15	A-25	A-35	13→14→15→16
A-6	A-16	A-26	A-36	9→10→11→12
A-7	A-17	A-27	A-37	5→6→7→8
A-8	A-18	A-28	A-38	1→2→3→4
A-9	A-19	A-29	A-39	4→7→10→13
A-10	A-20	A-30	A-40	1→6→11→16

(二)直上(B-1~B-16)

B-13	B-9	B-5	B-1
B-14	B-10	B-6	B-2
B-15	B-11	B-7	B-3
B-16	B-12	B-8	B-4

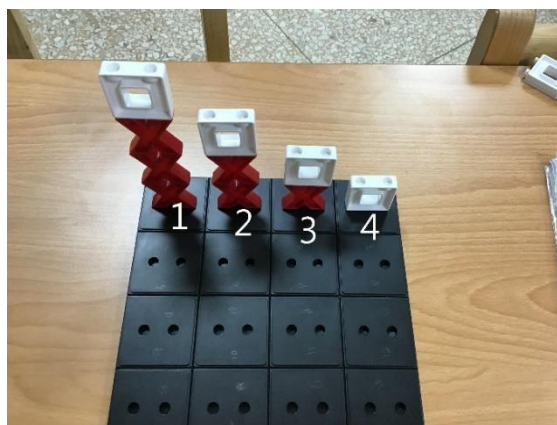
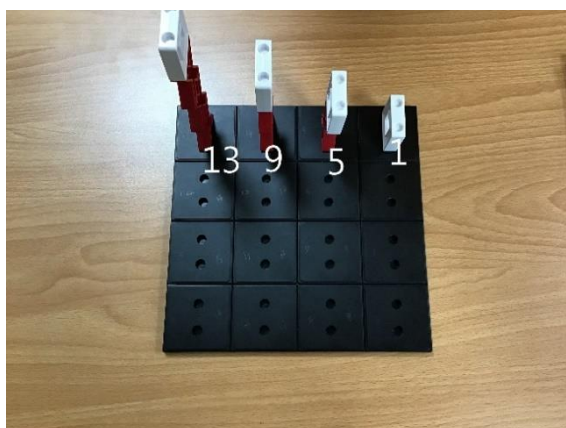
直上範例



(三)斜(直)上(C-1~C-16)

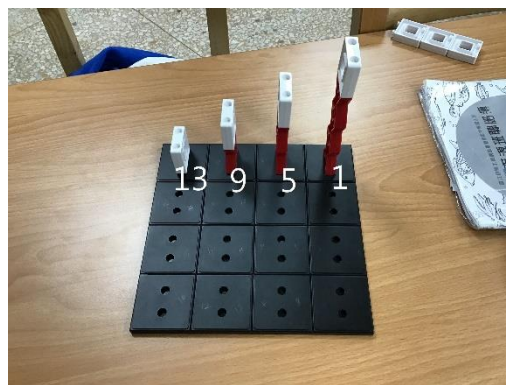
連線方法	A	B	C	D
C-1	1	5	9	13
C-2	2	6	10	14
C-3	3	7	11	15
C-4	4	8	12	16

連線方法	A	B	C	D
C-5	4	3	2	1
C-6	8	7	6	5
C-7	12	11	10	9
C-8	16	15	14	13



連線方法	A	B	C	D
C-9	16	12	8	4
C-10	15	11	7	3
C-11	14	10	6	2
C-12	13	9	5	1

連線方法	A	B	C	D
C-13	13	14	15	16
C-14	9	10	11	12
C-15	5	6	7	8
C-16	1	2	3	4



(四) 斜上(D-1~D-16)

連線方法	A	B	C	D
D-1	1	6	11	16
D-2	4	7	10	13
D-3	16	11	6	1
D-4	13	10	7	4

二、找出 4x4 圈圈叉叉的公平性。

遊戲公平性可分成兩種，第一種是雙方把對手可連線的位置都擋住，使雙方都沒辦法連線，導致所有的結果都是平手。第二種是先手和後手都有可能獲勝，也可能平手，就代表遊戲公平。我們研究第一種方法:找出能把平面 4x4 所有連線擋住的方法。

平面中一定要形成以下情況才能達到平手。翻轉過後總共會出現十種，都可以阻擋整個平面的連線方法。以下有三種可行的方法。(黑色部分為下的地方，也可以翻轉)

第一種只可翻轉出兩種形式(原樣、轉 90°):

原樣	90°																																
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="background-color: black;">13</td><td>9</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>14</td><td>10</td><td style="background-color: black;">6</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td style="background-color: black;">11</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>16</td><td>12</td><td>8</td><td style="background-color: black;">4</td></tr> </table>	13	9	5	1	14	10	6	2	15	11	7	3	16	12	8	4	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>13</td><td>9</td><td>5</td><td style="background-color: black;">1</td></tr> <tr><td>14</td><td style="background-color: black;">10</td><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>11</td><td style="background-color: black;">7</td><td>3</td></tr> <tr><td style="background-color: black;">16</td><td>12</td><td>8</td><td>4</td></tr> </table>	13	9	5	1	14	10	6	2	15	11	7	3	16	12	8	4
13	9	5	1																														
14	10	6	2																														
15	11	7	3																														
16	12	8	4																														
13	9	5	1																														
14	10	6	2																														
15	11	7	3																														
16	12	8	4																														

第二和第三種都可透過翻轉來排出四種形式(原樣、轉 90°、180°、270°)

第二種:

原樣	90°																																
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>13</td><td style="background-color: black;">9</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>14</td><td>10</td><td>6</td><td style="background-color: black;">2</td></tr> <tr><td>15</td><td>11</td><td style="background-color: black;">7</td><td>3</td></tr> <tr><td style="background-color: black;">16</td><td>12</td><td>8</td><td>4</td></tr> </table>	13	9	5	1	14	10	6	2	15	11	7	3	16	12	8	4	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="background-color: black;">13</td><td>9</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>14</td><td>10</td><td>6</td><td style="background-color: black;">2</td></tr> <tr><td>15</td><td style="background-color: black;">11</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>16</td><td>12</td><td style="background-color: black;">8</td><td>4</td></tr> </table>	13	9	5	1	14	10	6	2	15	11	7	3	16	12	8	4
13	9	5	1																														
14	10	6	2																														
15	11	7	3																														
16	12	8	4																														
13	9	5	1																														
14	10	6	2																														
15	11	7	3																														
16	12	8	4																														

180°

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

270°

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

第三種: 原樣

右轉 90°

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

180°

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

270°

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

接下來我們把這十個依序排列在第一層(A)、第二層(B)、第三層(C)和第四層(D)，再額外把一些沒有擋到的斜上擋起來，找出可以用最少個點阻擋對方連線的方法。以下為圈圈阻擋了所有連線位置且花最少個點的方法(自己也不會贏，黑色部分為圈圈下的位置)。以下為其中一種範例:

種範例: A(第一層)

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

C(第三層)

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

B(第二層)

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

D(第四層)

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

最後是圈圈和叉叉平手，所需要的位置與下法，(雙方不敗與不勝)。o 為圈圈，x 為叉叉。

A(第一層)

13 X	9 O	5 O	1 X
14 O	10 O	6 X	2 O
15 O	11 O	7 O	3 X
16 X	12 X	8 X	4 O

B(第二層)

13 X	9 O	5 O	1 X
14 X	10 X	6 X	2 O
15 X	11 X	7 X	3 X
16 O	12 O	8 O	4 X

C(第三層)

13 X	9 X	5 X	1 X
14 X	10 O	6 O	2 X
15 X	11	7 X	3 O
16 O	12 X	8 O	4 X

D(第四層)

13 O	9 O	5 X	1 O
14 X	10	6 O	2 X
15 O	11 X	7 X	3
16	12	8 X	4 O

如果雙方都是以阻擋對方連線為前提，就會形成不敗，當雙方都達成不敗時，則所有的結果都會是平手，所以會是公平的。但如果雙方都想獲勝為前提，是第二種公平性的研究，如何讓先手和後手都有可能獲勝的方法。

三、找出 4x4x4 圈圈叉叉的獲勝方法

我們認為要達成獲勝的關鍵是雙活三和變形雙活三。

我們發現棋盤有對稱性，所以只要研究 A1、A2、A5、A6，經過對稱，即可得到其他平面上點的位置。

1(A13)	2(A9)	2(A5)	1(A1)
3(A14)	4(A10)	4(A6)	3(A2)
3(A15)	4(A11)	4(A7)	3(A3)
1(A16)	2(A12)	2(A8)	1(A4)

A1 對應 A4, A13, A16

A2 對應 A3, A14, A15

A5 對應 A8, A9, A12

A6 對應 A7, A10, A11

(一) 雙活三獲勝方法表格，括號內容是關鍵點，關鍵點為兩條線所交會的點。

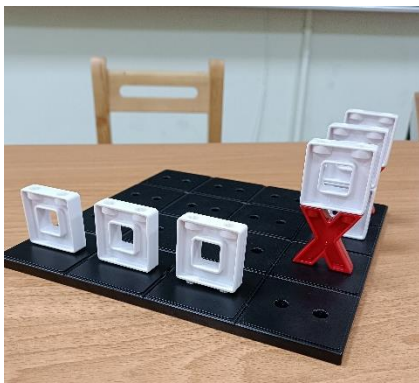
A*A	A*B	A*C	A*D	B*B	B*C	B*D	C*C	C*D	D*D
A-1 A-8(A1)	A-31 B-1(D1)	A-1 C-16(A1)	A-1 D-1(A1)	不會出現雙活三	B-1 C-5(D1)	B-1 D-3(D1)	C-1 C-16(A1)	C-1 D-1(A1)	不會出現雙活三
A-1 A-10(A1)	A-38 B-1(D1)	A-10 C-16(A1)	A-8 D-1(A1)		B-1 C-12(D1)		C-2 C-15(B6)	C-16 D-1(A1)	
A-8 A-10(A1)	A-40 B-1(D1)	A-8 C-1(A1)	A-12 D-1(B6)		B-2 C-11 D2		C-6 C-10(C6)	C-15 D-1(B6)	
A-2 A-10(A2)	A-32 B-2(D2)	A-10 C-1(A1)	A-17 D-1(B6)		B-5 C-6(D5)		C-5 C-11(D1)	C-2 D-1(B6)	
A-1 A-7(A5)	A-38 B-2(D2)	A-8 C-2(A2)	A-22 D-3(C6)					C-11 D-3(C6)	
A-2 A-7(A6)	A-31 B-5(D5)	A-1 C-15(A5)	A-27 D-3(C6)					C-6 D-3(C6)	
A-2 A-10(A6)	A-37 B-5(D5)	A-12 C-16(B2)	A-31 D-3(D1)					C-12 C-3(D1)	
A-7 A-10(A6)	A-32 B-6(D6)	A-17 C-1(B5)	A-38 D-3(D1)					C-5 D-3(D1)	
A-11 A-18(B1)	A-37 B-6(D6)	A-17 C-2(B6)							
A-11 A-20(B1)	A-40 B-6(D6)	A-20 C-2(B6)							

A*A	A*B	A*C	A*D	B*B	B*C	B*D	C*C	C*D	D*D
A-12 A-18(B2)		A-12 C-15 (B6)							
A-11 A-17(B5)		A-20 C-15 (B6)							
A-12 A-17(B6)		A-22 C-5 (C2)							
A-12 A-20(B6)		A-27 C-12 (C5)							
A-17 A-20(B6)		A-22 C-6 (C6)							
A-21 A-28(C1)		A-30 C-6 (C6)							
A-21 A-30(C1)		A-27 C-11 (C6)							
A-28 A-30(C1)		A-30 C-11 (C6)							
A-22 A-28(C2)		A-31 C-5 (D1)							
A-21 A-27(C5)		A-38 C-12 (D1)							
A-22 A-27(C6)		A-40 C-5 (D1)							
A-22 A-30(C6)		A-40 C-12 (D1)							
A-27 A-30(C6)		A-40 C-13 (D2)							
A-31 A-38(D1)		A-40 C-14 (D5)							
A-31 A-38(D1)									
A-31 A-40(D1)									
A-38 A-40(D1)									
A-32 A-38(D2)									
A-31 A-37(D5)									
A-32 A-37(D6)									
A-32 A-40(D6)									

A*A	A*B	A*C	A*D	B*B	B*C	B*D	C*C	C*D	D*D
A-37 A-40(D6)									

(二) 雙活三的優缺點

	A*A	A*B	A*C	A*D	B*B	B*C	B*D	C*C	C*D	D*D
(1-1) 優點	達成步數少	達成步數少	不容易被找到	步數少	不會出現雙活三	不會出現雙活三	不會出現雙活三		不容易發現	不會出現雙活三
(2-1) 優點	種類多		種類多	難發現						
(2-1) 缺點	容易被發現	容易被發現	達成步數較多					種類很少	需要的旗子多	
(2-2) 缺點										



變形雙活三:使用兩個關鍵點形成的雙活三，兩條線沒有共用的點。

變形雙活三的舉例:只要又想擋圈，圈疊上面就會贏；但是如果又不擋，圈還是會贏。

(三) 變形雙活三的獲勝表格

平面第 1、2 層												
關鍵點	連線 1	連線 2	連線 3	連線 4	連線 5	連線 6	連線 7	連線 8	連線 9	連線 10	連線 11	連線 12
A1、B1	A-1、A-18	A-8、A-11	A-1、A-20	A-10、A-11								
A2、B2	A-2、A-18	A-8、A-12										
A5、B5	A-1、A-17	A-7、A-11										
A6、B6	A-2、A-17	A-7、A-12	A-7、A-20	A10、A-17								
平面第 2、3 層												

B1、C1	A-11、 A-28	A-18、 A-21	A-11、 A-30	A-20、 A-21								
B2、C2	A-12、 A-28	A-18、 A-22										
B5、C5	A-11、 A-27	A-17、 A-21										
B6、C6	A-12、 A-27	A-17、 A-22	A-17、 A-30	A-20、 A-27								
平面第3、 4層												
C1、D1	A-21、 A-38	A-28、 A-31	A-21、 A-40	A-30、 A-31								
C2、D2	A-22、 A-38	A-28、 A-32										
C5、D5	A-21、 A-37	A-27、 A-31										
C6、D6	A-22、 A-37	A-27、 A-32	A-27、 A-40	A-30、 A-37								
(直)斜上、 平面地1、 2層												
A1、B1	A-11、 C-1	A-19、 C-1	A-20、 C-1	A-11、 C-16	A-19、 C-16	A-20、 C-16						
A2、B2	A-12、 C-2	A-18、 C-2										
A5、B5	A-11、 C-15	A-17、 C-15										
A6、B6	A-2、 C-2	A-7、 C-2	A-10、 C-2	A-2、 C-15	A-7、 C-15	A-10、 C-15						
(直)斜上、 平面地2、 3層												
B1、C1	無											

B2、C2	A-12、C-5	A-18、C-5	A-22、C-16	A-28、C-16								
B5、C5	A-11、C-12	A-17、C-12	A-21、C-12	A-27、C-12								
B6、C6	A-12、C-6	A-17、C-6	A-20、C-6	A-12、C-11	A-17、C-11	A-20、C-1	A-22、C-2	A-27、C-2	A-30、C-2	A-22、C-15	A-27、C-15	A-30、C-15
(直)斜上、 平面地3、 4層												
C1、D1	A-21、C-5	A-28、C-5	A-30、C-5	A-21、C-12	A-28、C-12	A30、C-12	A-31、C-5	A-38、C-5	A-40、C-5			
C2、D2	A-22、C-11	A-28、C-11	A-32、C-5	A-38、C-5								
C5、D5	A-21、C-12	A-27、C-12	A-31、C-6	A-37、C-6								
C6、D6	A-32、C-2	A-37、C-2	A-40、C-2	A-32、C-11	A-37、C-11	A-40、C-11						
(直)斜上、 斜上第1、 2層												
A1、B1	無											
A2、B2	C-2、C-16											
A5、B5	C-1、C-13											
A6、B6	無											
(直)斜上、 斜上第2、 3層												
B1、C1	無											
B2、C2	C-5、C-16											
B5、C5	C-1、C-12											
B6、C6	C-2、C-6	C-2、C-11	C-11、C-15	C-15、C-6								

(直)斜上、 斜上第3、 4層													
C1、D1	無												
C2、D2	C-5、 C-11												
C5、D5	C-1、 C-6												
C6、D6	無												
(斜)斜上、 平面第1、 2層													
A1、B1	D-1、 A-11	D-1、 A-18	D-1、 A-20										
A2、B2	無												
A5、B5	無												
A6、B6	D-1、 A-2	D-1、 A-7	D-1、 A-10										
(斜)斜上、 平面第2、 3層													
B1、C1	無												
B2、C2	無												
B5、C5	無												
B6、C6	D-1、 A-22	D-1、 A-27	D-1、 A-30	D-3、 A-12	D-3、 A-17	D-3、 A-20							
(斜)斜上、 平面第3、 4層													
C1、D1	D-3、 A-21	D-3、 A-28	D-3、 A-30										
C2、D2	無												
C5、D5	無												
C6、D6	D-3、 A-32	D-3、 A-37	D-3、 A-40										
(斜)斜上、 (直)斜上第 1、2層													
A1、B1	無												
A2、B2	無												
A5、B5	無												
A6、B6	無												

(斜)斜上、 (直)斜上第 2、3層													
B1、C1	無												
B2、C2	無												
B5、C5	無												
B6、C6	D-1、 C-5	D-1、 C-11	D-3、 C-2	D-3、 C-15									
(斜)斜上、 (直)斜上第 3、4層													
C1、D1	無												
C2、D2	無												
C5、D5	無												
C6、D6	無												

(四)變形雙活三的優缺點

	優點	缺點
A*A	需要的棋子很少	很容易被對手發現
A*C	種類很多	關鍵點很常被對手先搶到
A*D	不容易被發現	種類很少
C*C	種類很多	關鍵點很常被對手先搶到
C*D	對手不好發現	很難達成

(五)雙活三 VS 變形雙活三

雙活三:

優點:步數比變形雙活三少

缺點:比變形雙活三還容易被發現

變形雙活三:

優點:比較不容易被發現

缺點:所需步數較多

(五)我們總共玩了十局來測試雙活三，以下為我們的結果:

局數	先手/後手贏	雙活三關鍵點	雙活三連線
1	先手	B2	A-11
2	先手	A10、C10	A-20、A-26
3	先手	B6	A-19、D-1
4	先手	C1	A-21、B-1、D-3
5	先手	C2	A-21、C-11
6	後手	C16	A-25、C-8
7	後手	C14	A-25、B-14
8	後手	C2	A-28、C-5
9(下到沒地方下)	後手	C1、C13、A10	A-16、C-8
10	先手	C1、C2	A-28、C-5

經過我們玩 10 次的紀錄，可以發現先後手都有獲勝機會。都有使用到雙活三和變形雙活三。有一局下到沒地方下，沒地方下是因為只要下了其中一格關鍵點，對手就會勝利，只能把其他點填完後，一定要下那，才能分成勝負。

四、找出 4x4x4 圈圈叉叉第一步時如何下。

A13	A9	A5	A1
A14	A10	A6	A2
A15	A11	A7	A3
A16	A12	A8	A4

因為點 A1、A4、A13、A16 都可以有製造 7 條線的機會，也可以阻止敵人做出七種連線，所以建議第一步下在這些地方。

不建議下上圖綠色區域(A6、A7、A10、A11)，因為如果你下到這些地方，對方可以下 B7、B6、B10、B11，可以有製造 7 條線的機會。

五、4x4x4 圈圈叉叉下棋的策略。

1. 第一步和第二步都下角落，因為如果下在角落，可以連的線比較多(有 7 條)。
2. 第三步和第四步疊在任何一個方塊上，搶第 2 層的好位置。
3. 嘗試使用雙活三、變形雙活三，增加獲勝的可能。
4. 為了避免敵人持續進攻，須把敵人可能造成連線和雙活三的擺放位置預先抵擋。
5. 使用較簡單達成的雙活三，在有 B6、B7、B10、B11、C6、C7、C10、C11、D1、D4、D13、D16 這幾個點可以下時，就盡量去下。
6. 建議在 b6,b7,b10,b11,c6,c7,c10,c11 製作雙活三，或阻擋別人使用 b6,b7,b10,b11,c6,c7,c10,c11 當作建立雙活三的位置。

肆、研究結果

1. 棋盤具有對稱性，全部有 76 種連線，其中包含直的、斜的、橫的。
2. 立體圈圈叉叉在雙方以阻擋對方連線為前提時,是公平遊戲。
3. 我們認為平面雙活三最好排出，但是最容易被看穿，不適合實戰使用。
4. 第一步要下在 A1、A4、A13、A16，因為可以有 7 條連線方法。
5. 獲勝方法不是只有雙活三也有變形的版本。
6. 雙活三和變形雙活三是立體 4x4x4 圈圈叉叉的獲勝關鍵。
7. 有時會因為下到沒有地方下而獲勝。

伍、討論

1. 如果把範圍放大，還是具有公平性的嗎?
2. 如果加入黑色的阻擋物，雙活三還會很容易達成嗎?
3. 除了普通贏、雙活三、變形雙活三和下到沒地方下之外，還有其他的獲勝方法嗎?
4. 如果我們研究下到沒地方的勝利方法，能不能找出必勝法呢?
5. 如果雙方都以獲勝為前提,並非以阻擋連線為前提,還是會公平嗎?
6. 我們所研究出來的平手在實戰中容易出現嗎?

陸、結論

1. 第一步和第二步都要下角落。
2. 除非棋盤被下到沒地方下，不然只能靠雙活三贏。
3. 可以使用雙活三獲勝。
4. 多下在連線方法多的地點(如:第一層與第四層的 1、4、13、16，或第二層和第三層的

- 6、7、10、11)，這樣贏的機會比較大。
5. 這個遊戲要完全平手是很難的，可能在下到最後時，會因為沒地方下，而讓自己下在不利位置，進而讓對手達成連線。
 6. 如果把對方所有可連線的位置都擋住，就可以達成不敗。
 7. 因為遊戲是公平的，所以只要雙方都以阻擋對方連線為原則，則遊戲一定會是平手。

柒、參考文獻資料

1. https://jweb.kl.edu.tw/userfiles/1365/document/33914_220-%E6%95%B8%E5%AD%B8-%E7%A2%87%E5%85%A7%E5%9C%8B%E4%B8%AD.pdf——數學-碇內國中 作品說明書
- 2.
3. <http://www.connect6.org/index.php/mainmenu-27/mainmenu-31>
4. <https://www.wikiwand.com/zh-hk/%E4%BA%95%E5%AD%97%E6%A3%8B> Wikiwand-井字棋