

摘要

本實驗利用正六邊形的容器來盛裝各種液體，藉以模擬造成日暈現象的冰晶形狀，來觀察各種入射角所造成的折射光偏折現象，並依據觀察結果推測造成其光偏折量的因素，藉以反推液體的折射率。我們的實驗運用的變因包含有不同波長的雷射光源、液體的種類以及不同形狀的容器，再運用不同的測定法(即斯乃爾測定法、彩虹模型測定法與日暈模型測定法)，在不同條件下，以手機拍攝照片並配合軟體 Tracker 來量測所需物理量的角度，再經由斯乃爾定律、光路徑與容器形狀形成的幾何圖形，再利用 Excel 電腦模擬出各種測定法之角度變化量與折射率之誤差，將所得到的理論值和實驗結果數據加以討論，並建立日暈模型測定法-折射率。

壹、 研究動機

在下雨後的天空有機會欣賞到美麗的彩虹，國小時了解到觀察彩虹的條件、光的折射現象；國中學了光以後知道，彩虹是因為陽光通過水滴後產生色散的結果與用三稜鏡讓陽光入射可獲得人造彩虹。以往自然課老師會利用生活化的教具模擬各種自然現象讓我們為之著迷，想往研究的方向更進一步探索，剛好國二理化第四章正在上光學，我們便決定用彩虹為發想、光的偏折為主題做為此次科展的研究。本次實驗以國中理化光學為主，主要討論在不同折射率以及不同容器形狀下，光折射現象變化的研究。

貳、 研究目的

彩虹為常見的自然現象其成因有許多不同的模型理論，本研究欲建立新的實驗模型為了改進折射率的量測實驗以現今科技以及日常生活就能取得的物品，用手機錄影功能，並使用免費軟體 Tracker 來擷取實驗數據、Excel 來做的電腦模擬以及實驗數據的分析與作圖，藉由此次的活動學習到研究的程序性知識，建立一個更容易測定且測量精準度更高的新模型，透過欲建立的日暈模型來重新測定物質的折射率，並與斯乃爾定律做比較來確立新測定法與舊測定法的優、缺點。本實驗主要探討不同色光在不同介質中的偏折現象，及哪些因素影響光偏折的大小。我們於實驗中改變的變因包含不同波長的雷射光源、不同折射率的液體、不同容器形狀，使用到的理論有折射率的原理、斯乃爾定律、彩虹模型以及日暈模型。

參、 研究設備及器材

一、研究設備：

設備	用途
 <p>(圖一)</p>	<p>(圖一)為波長 650nm、功率 1mW 的紅光雷射筆與波長 532nm、功率 1mW 的綠光雷射筆，以其近乎單頻的特性，來提供良好的入射光源。</p>
 <p>(圖二)</p>	<p>蒸餾水及甘油(圖二)，為此次實驗的標定性的折射率液體。</p>
 <p>(圖三)</p>	<p>(圖三)為矩形壓克力容器，容器底部黏貼輔助用的直線，用於模擬斯乃爾定律，並可利用追蹤光路徑。</p>



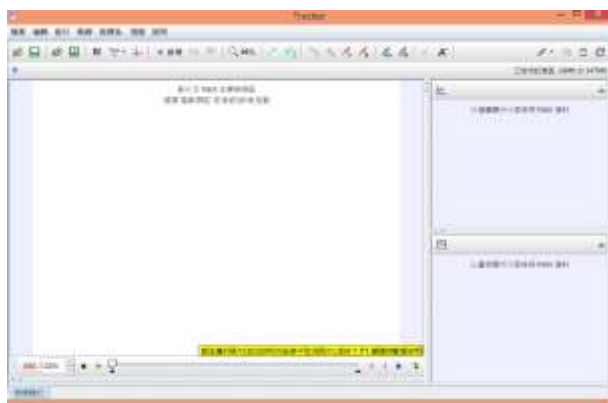
(圖四)

(圖四)為圓形壓克力容器，用於模擬水滴的球形狀態。



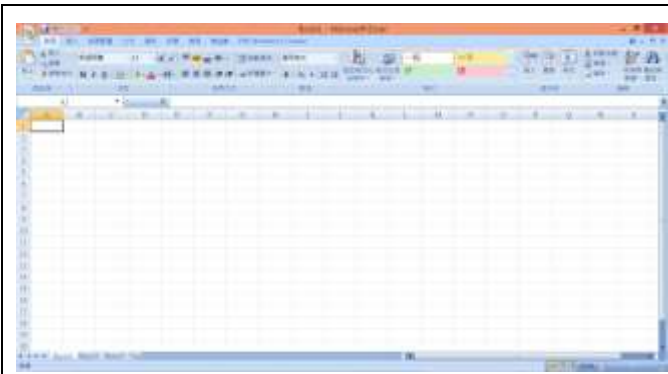
(圖五)

(圖五)為六邊形壓克力容器，容器底部黏貼輔助用的直線，用於模擬冰晶的六角柱狀。



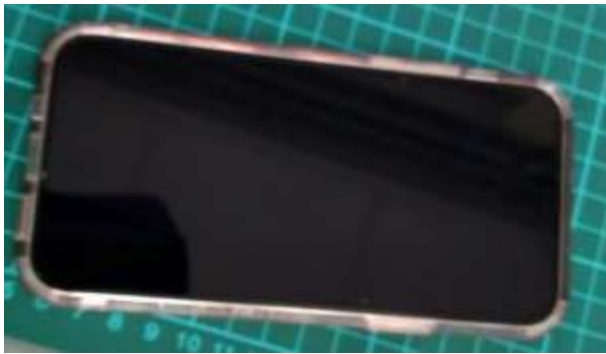
(圖六)

(圖六)為 Tracker 程式的介面，用於量測入射光與折射光之入射角、折射角、偏向角。



(圖七)

(圖七)為 Excel 程式的介面，用於計算測量到的數據、繪製圖表以及理論計算的電腦模擬。

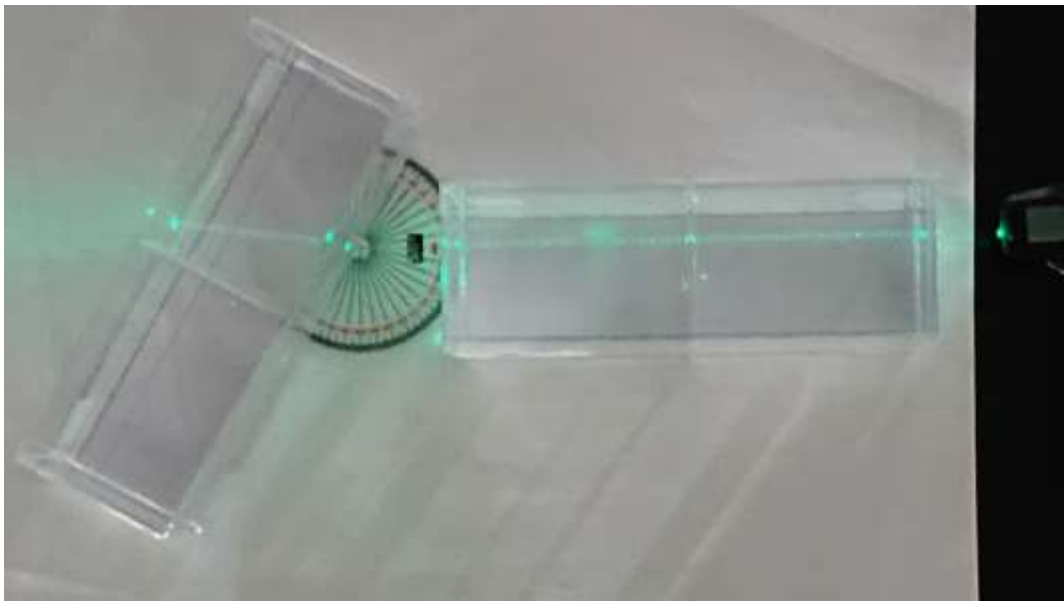


(圖八)

(圖八)為手機，用於拍照記錄光路徑。

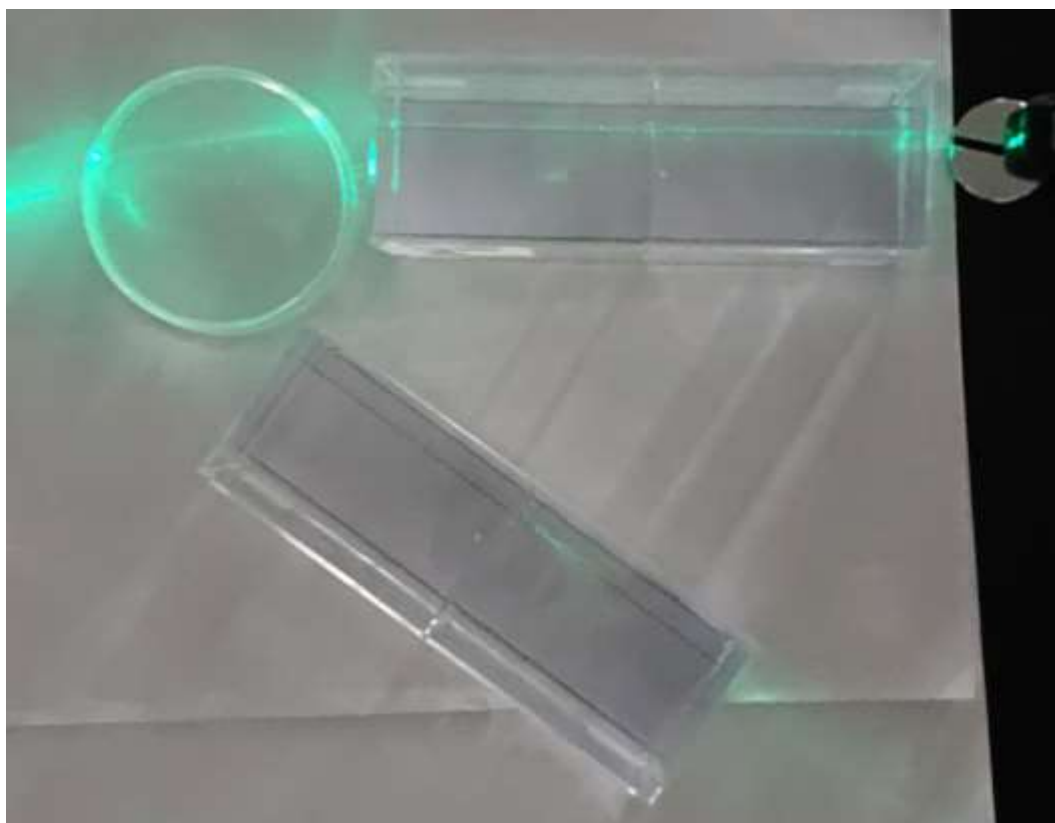
二、實驗儀器架構：

(一)實驗一：斯乃爾測定法



(圖九)斯乃爾測定法

(二)實驗二與實驗三：彩虹模型測定法與改良版



(圖十)彩虹模型測定法與改良版

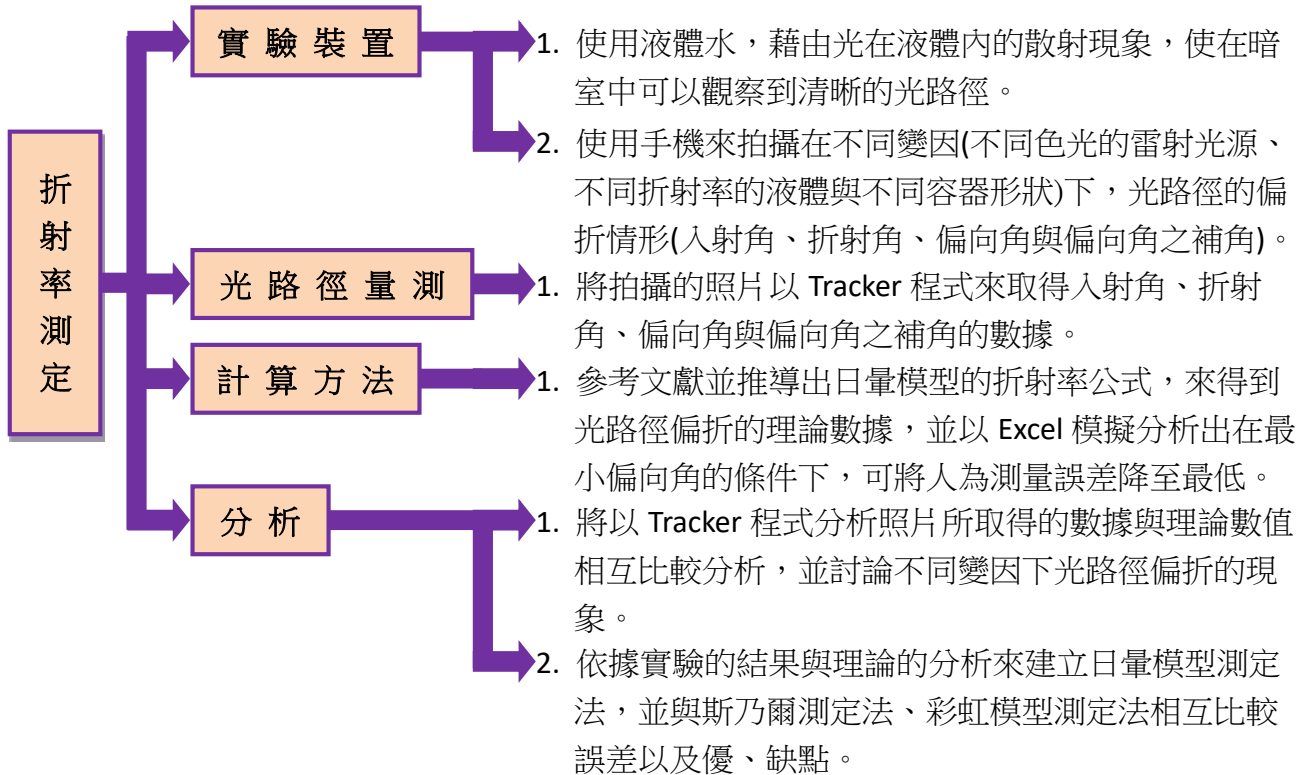
(三)實驗四：日暈模型測定法



(圖十一)日暈模型測定法

肆、研究過程或方法

一、研究架構：



二、實驗數據的取得、計算與定義：

(一) 入射角(θ_i)：

利用 Tracker 程式取得入射角(入射光與法線的夾角)的數據。

首先將照片匯入 Tracker 程式後，使用坐標軸來標定出入射點為原點、x 軸為介面以及 y 軸為法線，並使用角度測量工具來量測出入射角的大小(可量至小數點底下第二位)，如圖(九)所示。

(二) 折射角(ϕ)：

利用 Tracker 程式取得折射角(折射光與法線的夾角)的數據。

首先將照片匯入 Tracker 程式後，使用坐標軸來標定出折射點為原點、x 軸為介面以及 y 軸為法線，並使用角度測量工具來量測出折射角的大小(可量至小數點底下第二位) 如圖(九)所示。

(三) 偏向角(δ)：

利用 Tracker 程式取得偏向角(入射光與折射光的夾角)的數據。

首先將照片匯入 Tracker 程式後，使用坐標軸與校正桿分別對應入射光與折射光，使校正桿延伸至相互交叉，並使用角度測量工具來量測出偏向角的大小(可量至小數點底下第二位) 如圖(十一)所示。

(四) 偏向角之補角(α)：

利用 Tracker 程式取得偏向角(折射光與反射光的另一夾角)的數據。

首先將照片匯入 Tracker 程式後，使用坐標軸與校正桿分別對應入射光與折射光，使校正桿延伸至相互交叉，並使用角度測量工具來量測出偏向角之補角的大小(可量至小數點底下第二位) 如圖(十)所示。

三、折射率(n)的定義：

介質的折射率等於「光在真空中的速率(c)與光在介質中的速率(v)」之比值，即

$$n \equiv \frac{c}{v} \text{-(公式 1)}$$

表一為波長 650nm 的紅光雷射與 532nm 的綠光雷射在水中與甘油中的折射率公認值。

表一 不同色光雷射在不同液體的折射率公認值		
	水	甘油
紅光雷射(650nm)	1.3316	1.4713
綠光雷射(532nm)	1.3352	1.4749

四、實驗過程：

(一) 實驗一：斯乃爾測定法-不同色光的雷射(紅光：650nm、綠光：532nm)對不同液體(水、甘油)的折射率。

1. 以紅光雷射為光源、水為介質，架設實驗器材如圖(九)所示。
2. 給予入射角為 10° 的光源，以手機從正上方拍攝照片。
3. 將拍攝的照片放入 Tracker 軟體中取得較為精準的入射角與折射角之數據。

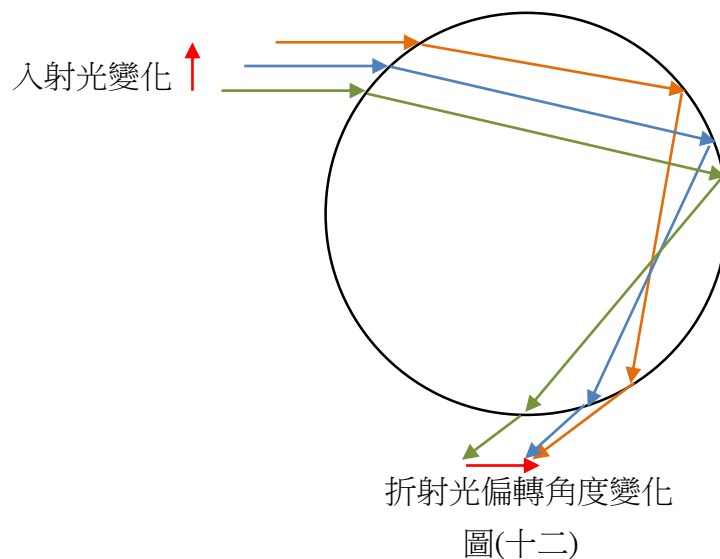
4. 改變入射角依序為 20° 、 30° 、 40° 、 50° 、 60° 、 70° 和 80° 重複步驟 2 和 3。
5. 改以綠光雷射為光源、水為介質，重複步驟 1 至 4。
6. 改以紅光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 4。
7. 改以綠光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 4。

(二) 實驗二：彩虹模型測定法-不同色光的雷射(紅光：650nm、綠光：532nm)對不同液體(水、甘油)的折射率。

1. 以紅光雷射為光源、水為介質，架設實驗器材如圖(十)所示。
2. 固定入射光源在 x 軸上，調整圓形容器在 y 軸上移動，使其在彩虹模型折射出的光源為最亮，以手機從正上方拍攝照片。
3. 將拍攝的照片放入 Tracker 軟體中取得較為精準的偏向角之補角數據。
4. 改以綠光雷射為光源、水為介質，重複步驟 1 至 3。
5. 改以紅光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。
6. 改以綠光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。

(三) 實驗三：彩虹模型測定法(改良版)-不同色光的雷射(紅光：650nm、綠光：532nm)對不同液體 (水、甘油)的折射率。

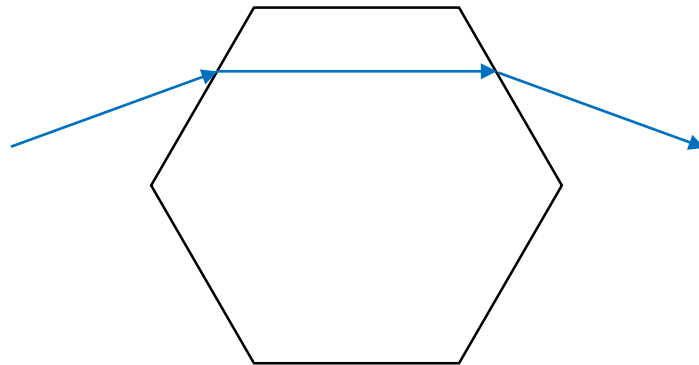
1. 以紅光雷射為光源、水為介質，架設實驗器材如圖(十)所示。
2. 固定入射光源在 x 軸上，調整圓形容器在 y 軸上移動，使其在彩虹模型折射出的光源恰反轉時如圖(十二)所示之藍色光路徑，以手機從正上方拍攝照片。



3. 將拍攝的照片放入 Tracker 軟體中取得較為精準的偏向角之補角的數據。
4. 改以綠光雷射為光源、水為介質，重複步驟 1 至 3。
5. 改以紅光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。
6. 改以綠光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。

(四) 實驗四：日暈模型測定法-不同色光的雷射(紅光：650nm、綠光：532nm)對不同液體(水、甘油)的折射率。

1. 以紅光雷射為光源、水為介質，架設實驗器材如圖(十一)所示。
2. 調整入射光源的入射角，使其在日暈模型中的光路徑平行頂邊如圖(十三)所示之藍色光路徑，以手機從正上方拍攝照片。

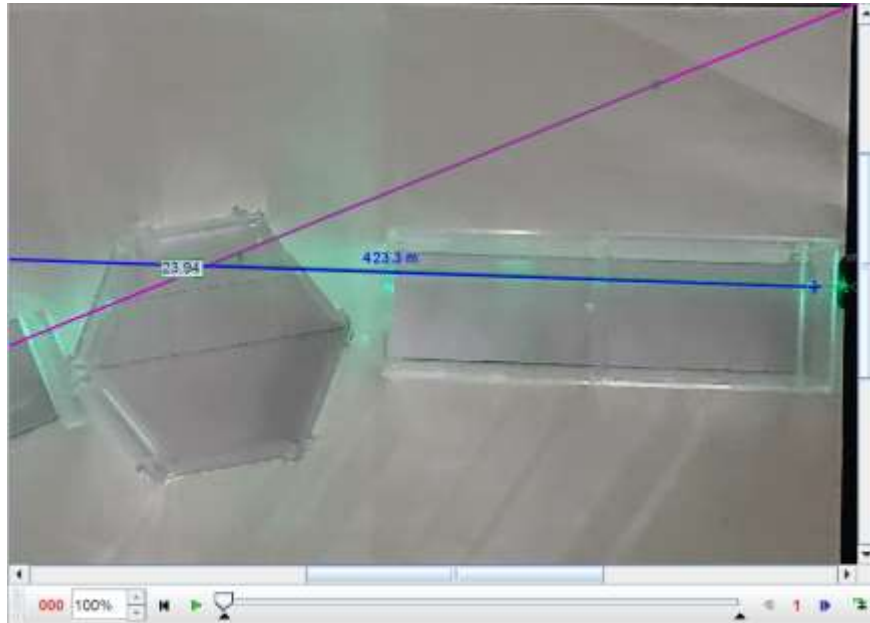


圖(十三)

3. 將拍攝的照片放入 Tracker 軟體中取得較為精準的偏向角之數據。
4. 改以綠光雷射為光源、水為介質，重複步驟 1 至 3。
5. 改以紅光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。
6. 改以綠光雷射為光源、甘油為介質，重複步驟 1 至 3。

五、Tracker 軟體的量測方式：

- (一) 將照片載入 Tracker 軟體中。
- (二) 利用坐標軸與校正桿的設定，來當作入射光與折射光的輔助線。
- (三) 藉由兩條輔助線的幫助，利用 Tracker 軟體的角度量測器來量測所需的角(入射角、折射角、偏向角以及偏向角之補角)。
- (四) 再放大至 800% 作更為精準的角度量測。
- (五) 量測結果如(圖十四)所示。

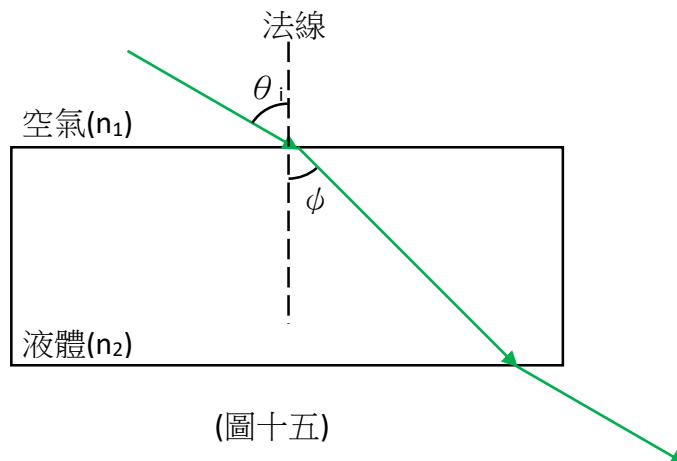


(圖十四)

六、理論討論：

(一)斯乃爾測定法：

1. 光路徑圖分析：



(圖十五)

2. 斯乃爾定律：

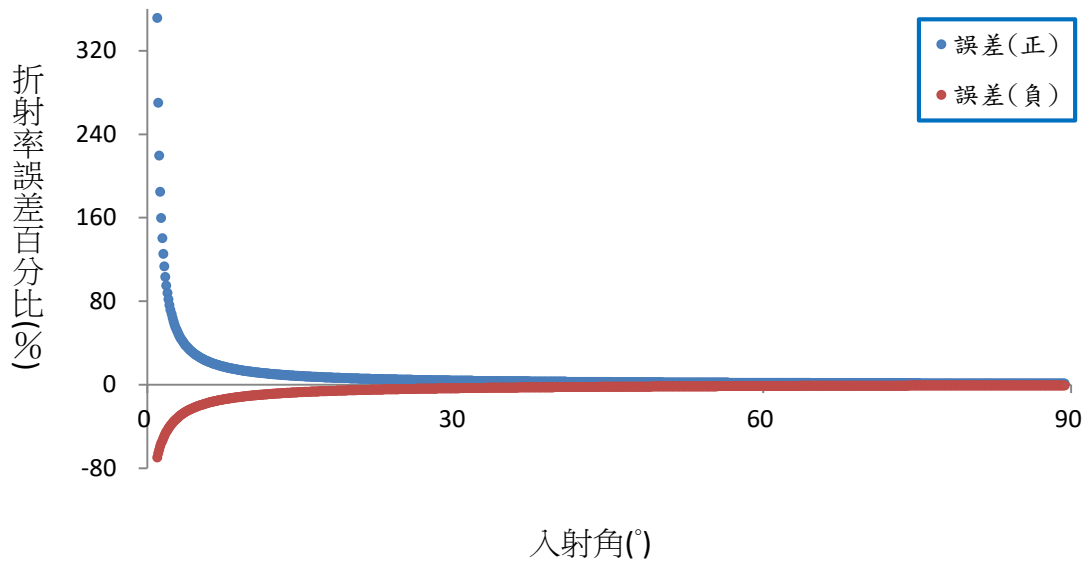
$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \phi \text{ -(公式 2)}$$

因為空氣為介質，故 $n_1 = 1$ ，因此可得 $n_2 = \frac{\sin \theta}{\sin \phi}$ -(公式 3)

3. Excel 電腦模擬：

由於雷射筆的光束具有一定的寬度，大約會橫跨 1° 左右的範圍，故以入射角以及折射角皆可能有 $\pm 0.5^\circ$ 的測量誤差，利用電腦模擬出此造成折射率測定的誤差範圍，如圖(十六)所示

入射角-折射率誤差百分比

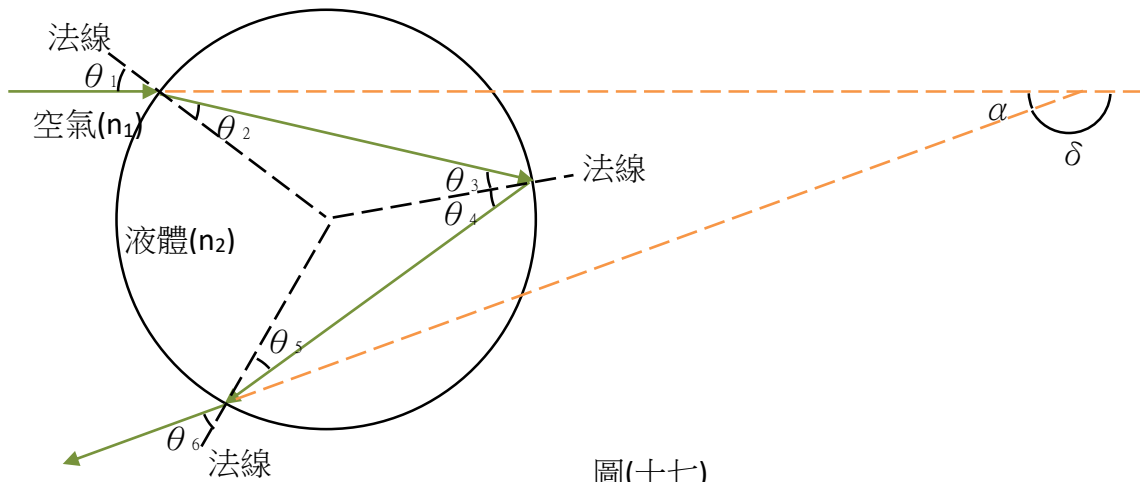


入射角(°)

圖(十六)

(二)彩虹模型測定法：

1. 光路徑圖分析：



圖(十七)

2. 理論分析：

依據斯乃爾定律可得知

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \text{-(公式 4)} \quad n_2 \sin \theta_5 = n_1 \sin \theta_6 \quad \text{-(公式 5)}$$

依據等腰三角形可得知

$$\theta_2 = \theta_3 \quad \text{-(公式 6)} \quad \theta_4 = \theta_5 \quad \text{-(公式 7)}$$

依據反射定律可得知，入射角等於反射角，故

$$\theta_3 = \theta_4 \quad \text{-(公式 8)}$$

由(公式 6)、(公式 7)與(公式 8)可得知

$\theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \theta_5$ 代入(公式 4)可得知

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) \text{ -(公式 9)}$$

由幾何圖形可以得知

$$\alpha = \pi - \delta = \pi - (\pi + 2\theta_1 - 4\theta_2) = 4\theta_2 - 2\theta_1 \text{ -(公式 10)}$$

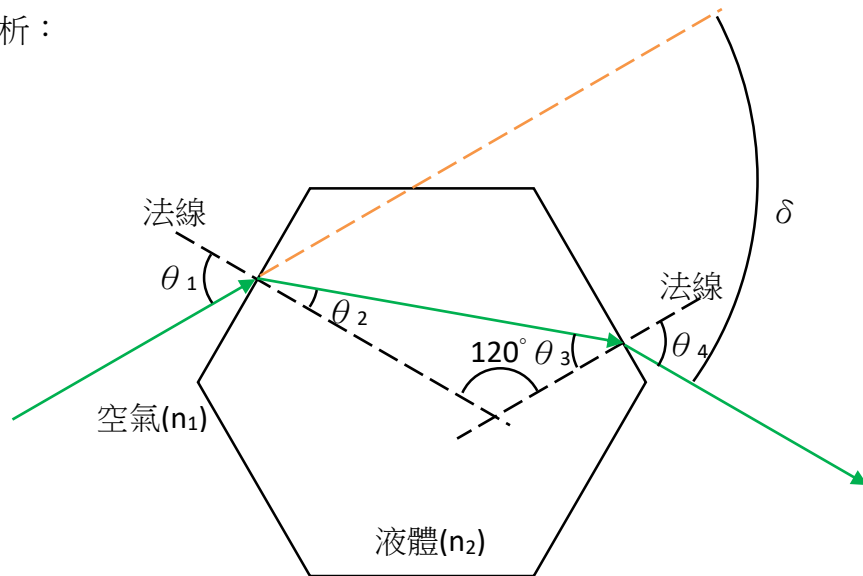
因為空氣為介質，因此 $n_1 = 1$ ，故將(公式 9)代入(公式 10)可得知

$$\alpha = 4 \sin^{-1}\left(\frac{\sin \theta_1}{n_2}\right) - 2\theta_1 \text{ -(公式 11)}$$

$$\text{當 } \sin \theta_1 = \sqrt{\frac{4-n_2^2}{3}} \text{ 時，則 } \alpha_{\max} = 4 \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{4-n_2^2}{3n_2^2}}\right) - 2 \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{4-n_2^2}{3}}\right) \text{ -(公式 12)}$$

(三)日暈模型測定法：

1. 光路徑分析：



圖(十八)

2. 理論分析：

依據斯乃爾定律可得知

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \text{ -(公式 13)、} n_2 \sin \theta_3 = n_1 \sin \theta_4 \text{ -(公式 14)}$$

由幾何圖形可以得知

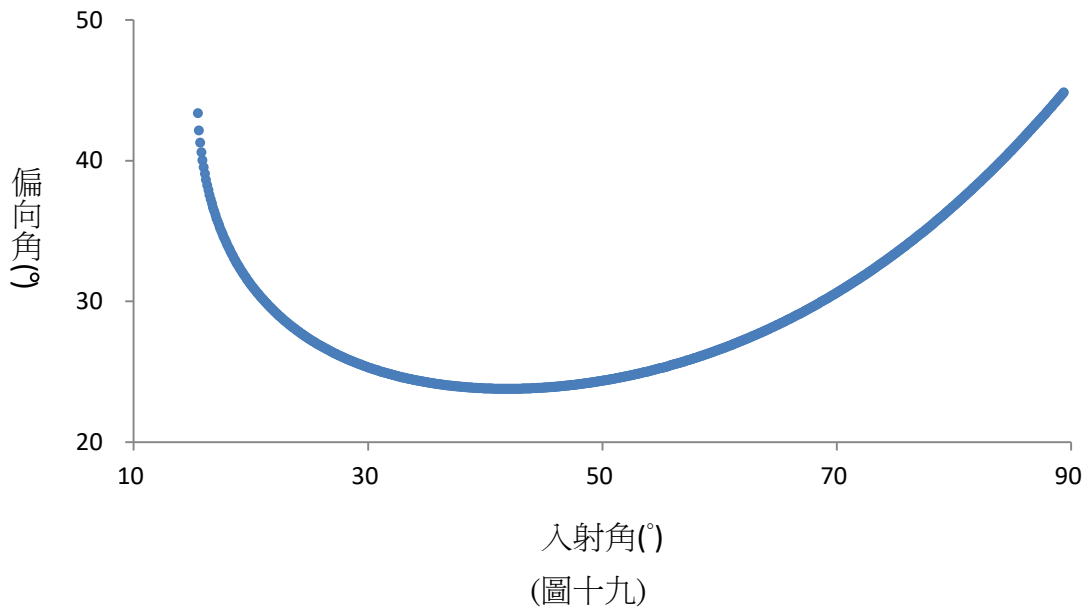
$$\delta = (\theta_1 - \theta_2) + (\theta_4 - \theta_3) \text{ -(公式 15)}$$

3. Excel 的電腦模擬：

將(公式 13)、(公式 14)與(公式 15)以入射角 15.5° 至 89.4° 模擬出偏向角的結果，如

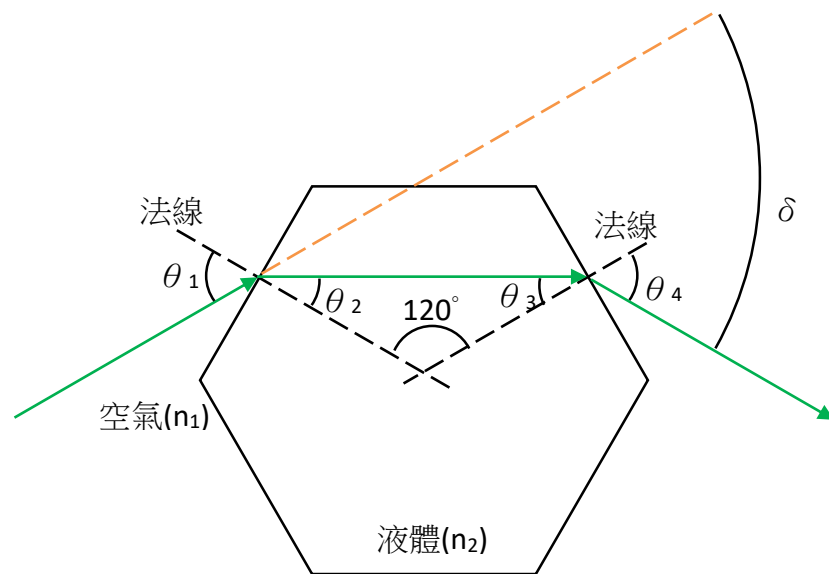
(圖十九)與表二所示

入射角-偏向角



表二 不同入射角之偏向角電腦模擬結果				
入射角(θ_1)	折射角(θ_2)	入射角(θ_3)	折射角(θ_4)	偏向角(δ)
41.8000	29.9471	30.0529	41.9643	23.7643
41.9000	30.0115	29.9885	41.8642	23.7642
42.0000	30.0759	29.9241	41.7643	23.7643

由圖(十九)可以發現具有最小偏向角的存在，由表二可以觀察出在最小偏向角的情況下接近 $\theta_1 = \theta_4$ ； $\theta_2 = \theta_3$ ，故液體中的光路徑便會與容器上方平行，如圖(二十)所示



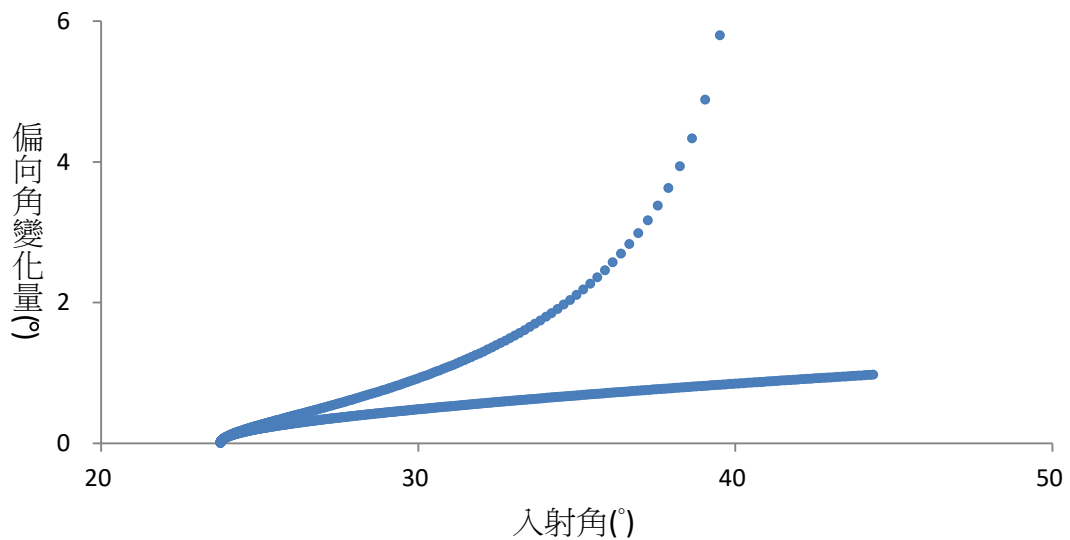
圖(二十)

由圖(二十)之幾何圖形可以得知 $\theta_2 = \theta_3 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ 代入(公式 13)與(公式 15)，且因為空氣為介質，因此 $n_1 = 1$ 可得

$$n_2 = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \frac{\pi}{6}}{2}\right)}{\sin\frac{\pi}{6}} \quad \text{-(公式 16)}$$

由於液體中光路徑會平行容器頂邊的特性，即便已經製作輔助用的虛線於容器底部，依然容易有量測上的誤差，因此我們必須確定在最小偏向角時量測的誤差所造成(公式 16)計算液體折射率影響最小，故我們利用電腦模擬出偏向角與偏向角 $\pm 0.5^\circ$ 的變化量，其結果如(圖二十一)所示。

偏向角-偏向角變化量

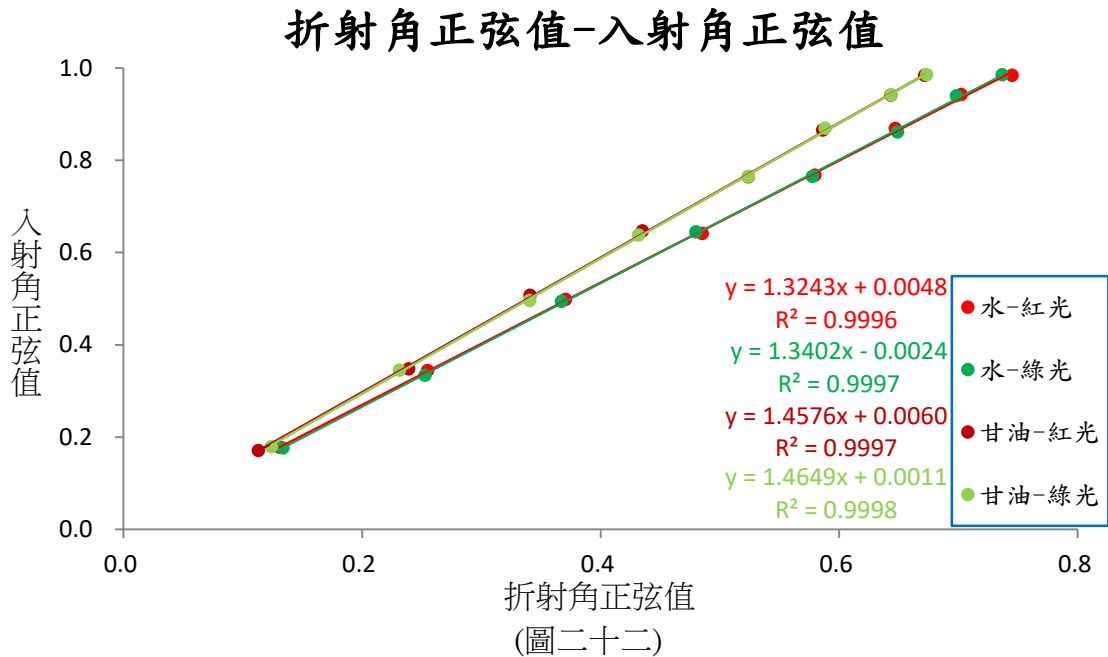


(圖二十一)

由(圖二十一)可以觀察出在最小偏向角的時候，入射光即使有較大的誤差，則偏向角的變化量卻為最小，故量測最小偏向角有三大好處，第一：偏向角利用 Tracker 只需量測一個物理量且量測容易；第二：偏向角變化量最小，故誤差小易操作；第三：光路徑圖對稱，理論易理解與分析。

伍、 研究結果

一、 斯乃爾測定法：



(圖二十二)為使用斯乃爾測定法，所得到的不同色光的雷射與不同液體之折射角正弦值-入射角正弦值關係圖。根據(公式 3)由(圖二十二)的斜率可以得知各狀況下的折射率結果如表三所示。

表三 斯乃爾測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率測量值

	水-紅光	水-綠光	甘油-紅光	甘油-綠光
折射率	1.3243	1.3402	1.4576	1.4649

二、 彩虹模型測定法

利用光線最為集中的特性，來量測偏向角之補角最大值，藉由(公式 12)來計算出各狀況下的折射率結果如表四所示。

表四 彩虹模型測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率測量值

	水-紅光	水-綠光	甘油-紅光	甘油-綠光
偏向角之補角最大值	41.84	40.54	24.87	24.66
折射率	1.3465	1.3443	1.4860	1.4838

三、彩虹模型測定法(改良版)：

利用光線會偏轉到一個極值時會反轉的特性，恰反轉射來量測偏向角之補角最大值，藉由(公式 12)來計算出各狀況下的折射率結果如表五所示。

表五 彩虹模型測定法(改良版)-不同色光雷射與不同液體之折射率測量值

	水-紅光	水-綠光	甘油-紅光	甘油-綠光
偏向角之補角最大值	42.32	41.79	25.97	25.42
折射率	1.3357	1.3390	1.4766	1.4709

四、日暈模型測定法

利用液體中的光路徑與容器上方平行的特性，來量測出最小偏向角，藉由(公式 16)來計算出各狀況下的折射率結果如表六所示。

表六 日暈模型測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率測量值

	水-紅光	水-綠光	甘油-紅光	甘油-綠光
偏向角最小值	23.62	23.80	34.60	34.93
折射率	1.3333	1.3357	1.4698	1.4737

陸、 討論

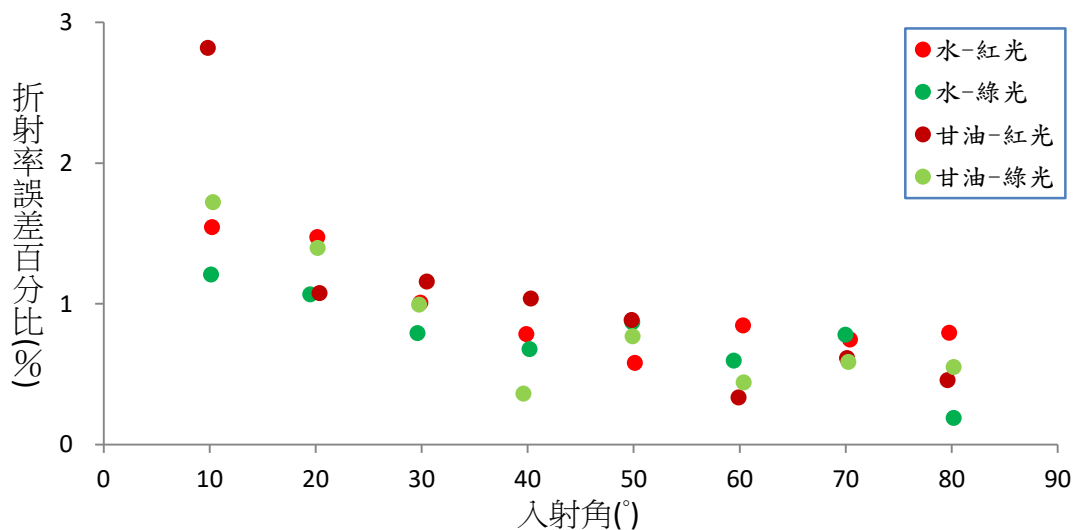
一、在斯乃爾測定法的實驗中可以將折射率測量值與公認值相互比較，並計算其誤差狀況如表七所示。

表七 斯涅爾測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率誤差

	n(測量值)	n(公認值)	誤差
水-紅光	1.3243	1.3316	$\frac{ 1.3243 - 1.3316 }{1.3316} = 0.0055$
水-綠光	1.3402	1.3352	$\frac{ 1.3402 - 1.3352 }{1.3352} = 0.0037$
甘油-紅光	1.4576	1.4713	$\frac{ 1.4576 - 1.4713 }{1.4713} = 0.0093$
甘油-綠光	1.4649	1.4749	$\frac{ 1.4649 - 1.4749 }{1.4749} = 0.0068$

由表七可以觀察出兩個現象，(一)使用紅光的誤差都比使用綠光大了不少，推測可能是因為紅光雷射的波長(650nm ± 10nm)相對不穩定所導致；(二)折射率較大的甘油其誤差也比折射率小的水大了不少，由理論分析的(圖十五)推測應該是入射角小時，造成折射角更小而產生的量測上誤差，因此再將入射角對折射率誤差百分比作(圖二十三)分析之。

入射角-折射率誤差百分比



(圖二十三)

由(圖二十三)可以明顯的看出，當入射角較小時誤差確實較大，與理論分析的(圖十六)比較，可以發現皆有入射角越大，則誤差越小的特性，且都在理論誤差最大值的範圍之內。當入射角大於 40°時，誤差百分比大約在 0.7%左右，應該是達到肉眼配合使用 Tracker 量測的極限，比傳統使用肉眼觀察、尺筆畫線的精準度約 1~2%為佳，而測量不同入射角作線性回歸，由表七所示則可進一步將誤差控制在 0.4~1%左右。

二、在彩虹模型測定法與彩虹模型測定法(改良版)的實驗中可以將折射率測量值與公認值相互比較，並計算其誤差狀況如表八與表九所示。

表八 彩虹模型測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率誤差

	n(測量值)	n(公認值)	誤差
水-紅光	1.3465	1.3316	$\frac{ 1.3465 - 1.3316 }{1.3316} = 0.0114$
水-綠光	1.3443	1.3352	$\frac{ 1.3443 - 1.3352 }{1.3352} = 0.0068$
甘油-紅光	1.4860	1.4713	$\frac{ 1.4860 - 1.4713 }{1.4713} = 0.0100$
甘油-綠光	1.4838	1.4749	$\frac{ 1.4838 - 1.4749 }{1.4749} = 0.0061$

表九 彩虹模型測定法(改良版)-不同色光雷射與不同液體之折射率誤差

	n(測量值)	n(公認值)	誤差
水-紅光	1.3357	1.3316	$\frac{ 1.3357 - 1.3316 }{1.3316} = 0.0033$
水-綠光	1.3390	1.3352	$\frac{ 1.3390 - 1.3352 }{1.3352} = 0.0029$
甘油-紅光	1.4766	1.4713	$\frac{ 1.4766 - 1.4713 }{1.4713} = 0.0036$
甘油-綠光	1.4709	1.4749	$\frac{ 1.4649 - 1.4749 }{1.4749} = 0.0027$

由表八與表九相互比較可以看出彩虹模型測定法(改良版)的誤差較少，其原因為人眼對於光亮度的細微變化不易精準判斷，故將其改良為使用光線偏轉的特性來量測偏向角之補角最大值。而由表七與表九相互比較可以看出綠光的精準度依然比紅光為佳，但不同

液體的誤差影響則在此測定法中可以忽略，而彩虹模型測定法(改良版)的誤差則約為0.3~0.4%，與斯乃爾測定法比較，不僅誤差更小且穩定度更高。

三、在日暈模型測定法的實驗中可以將折射率測量值與公認值相互比較，並計算其誤差狀況如表十所示。

表十 日暈模型測定法-不同色光雷射與不同液體之折射率誤差			
	n(測量值)	n(公認值)	誤差
水-紅光	1.3333	1.3316	$\frac{ 1.3333 - 1.3316 }{1.3316} = 0.0013$
水-綠光	1.3357	1.3352	$\frac{ 1.3357 - 1.3352 }{1.3352} = 0.0003$
甘油-紅光	1.4698	1.4713	$\frac{ 1.4698 - 1.4713 }{1.4713} = 0.0010$
甘油-綠光	1.4737	1.4749	$\frac{ 1.4737 - 1.4749 }{1.4749} = 0.0008$

由表十可以觀察出綠光雷射的精準度依然優於紅光雷射，不論雷射光源種類、液體種類，日暈模型的誤差約為0.03~0.1%之間，與斯涅爾測定法、彩虹模型測定法(改良版)比較，不僅誤差更小、穩定度更高且量測技巧更為容易。

柒、 結論

一、本實驗主要目的為建立一個新的模型-日暈模型，以測定各種液體的折射率，依據實驗觀察、理論分析與新的科技量測方法(Tracker)，得出日暈模型的可行性及其優、缺點。

二、在斯乃爾測定法可以發現三個特性如下

第一：綠光較紅光準確，因為綠光波長幾乎為 532nm，而紅光波長則為 650nm \pm 10nm，故無法得知此紅光對應到的折射率公認值。

第二：大角度入射角較小角度入射角準確，因為雷射光的寬度造成量測上的誤差，在小角度時影響較大。

第三：待測液體的折射率小較折射率大準確，折射率越大導致折射角越小，故量測的誤差造成的影響較大。

其結果以表十一表示之：

表十一 斯涅爾測定法之不同變因的優劣		
	優	劣
光源	綠光	紅光
入射角	大	小
液體折射率	小	大
量測方式	Tracker(誤差 0.4~1%)	傳統(誤差 1~2%)

三、在彩虹測定法與彩虹測定法(改良版)，可以明顯看出利用光線偏轉的特性來作判斷的準則較為容易，彩虹模型測定法(改良版)誤差約為 0.3~0.4%。

四、在日暈測定法，明顯看出三的優勢如下

第一：限制條件判斷最為容易，給予與頂邊容器平行的輔助虛線即可。

第二：量測容易，僅需量測一個物理量(最小偏向角)，且可以使用 Tracker 放大 800%來輔助量測。

第三：誤差約為 0.03~0.1%，為三個測定法中最佳者。

五、各種折射率測定法的比較：

	斯涅爾測定法	彩虹模型測定法(改良版)	日暈模型測定法
實驗裝置	優	優	優
量測難度	劣	優	最優
穩定度	優	優	優
精準度	劣(誤差 0.4~1%)	優(誤差 0.3~0.4%)	最優(誤差 0.03~0.1%)

實驗裝置：各種容器形狀，市面上皆有賣，故都容易準備與架設。

量測難度：因為容器有厚度，會導致入射點與折射點不再同一個點上而造成入射角與折射角量測上的誤差，但卻不會造成偏向角的誤差。

六、未來展望：

- (一) 量測更高折射率液體，來確認日暈模型測定法精準度可用範圍的限制條件，並研究如何判斷未知液體是否可適用。
- (二) 藉由建立此測定法，來研究具有懸浮微粒的液體，其懸浮微粒的大小對其折射率的變化。

捌、 參考資料

一、 書籍：

- (一) 國小自然科學(四下),翰林出版社。
- (二) 國中自然科學(二上),康軒出版社。
- (三) 高級中學選修物理 III(全) 波動、光及聲音,龍騰文化事業有限股份公司。
- (四) 高級中學數學 2,龍騰文化事業有限股份公司。
- (五) BomBom story(2017)：漫畫大英百科(物理化學 2)/光與聲音 台北市：三采文化，
p74-79、p164。

二、 網站：

- (一) 維基百科-暈：<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9A%88>。

三、 歷屆作品

- (一) 中華民國第五十二屆中小學科學展覽會「彩虹橋-利用彩虹原理探討混合液體之折射率的計算模式」。
- (二) 中華民國第四十五屆中小學科學展覽會「消失的彩虹頻道-解碼 42°之謎」。