

新竹市第三十七屆中小學科學展覽會

作品說明書

科別：物理科

組別：國中組

作品名稱：加速與 g 情—探討 MPU6050 感測器之即時測量與有效改良加速實驗

關鍵詞：MPU6050、加速度

編號：

加速度感測器之應用

摘要

國中的實驗中，數據常常不夠精準，以至看不出課本定律中理論上該有的線性關係，而只能供定性上觀察，且在單位時間內僅能得到幾筆數據，不足以支持理論。我們相信透過測量工具的提升，可使實驗結果和理論更相符，因此利用 Arduino 板、MPU6050 加速度陀螺儀，配合程式設計出可測量物體加速度的儀器，藉由滑車實驗證實 MPU6050 可有效代替現有的打點計時器。

MPU6050 的平均偏差值比打點計時器小，價格卻便宜不少。實驗進行時可同時快速、精確的獲取數據，一秒可擷取 110 筆即時加速度值，不但省略了複雜的計算過程，實驗當中不須耗材更加環保。而數位化的自製加速度計測量物質在平面與斜面的即時加速度值、與推求接觸面動摩擦力值，結果皆快速且穩定。將此量測系統置於電梯中，可以直接觀察到加速度變化對於物質重量造成的影響。未來我們希望再加入角速度感測器，並將自製測量工具應用於測量球體飛行，研究各種球路的受力狀況與加速度、轉速的變化。

壹、 研究動機

現在的加速度實驗用打點計時器測量數據，後續的計算過程既麻煩又常常不精準，一次的實驗也消耗了一網又一網的紙捲。相形之下，數位化的感測器不但可以達到快速、精確獲取數據的目的，又不會製造出許多的垃圾。經過討論，我們決定利用 Arduino 板自己設計一個方便、精準又環保的加速度感測器，於是便開始了這次研究。

貳、 研究目的

- 一、MPU6050 數位化加速度感測器裝置之設計。
- 二、利用自製加速度計測量國中滑車實驗之加速度，並探討加速度和外力變化之關係。
- 三、利用自製加速度計測出的物體加速度求得動摩擦力，探討接觸面材質與物體正向力大小對摩擦力之影響。
- 四、利用自製加速度計探討斜面上加速度和角度的關係。
- 五、將自製加速度計應用在觀察電梯移動時加速度與物質重量變化的關係。

參、 研究設備及器材

筆記型電腦	彈簧秤	木塊	Arduino 板
打點計時器	鯊魚牌 cw800 砂紙(細)	量角器	MPU6050
砝碼	正榮 AA-400 砂紙(粗)	電子秤	SD 卡
滑車模組	東進 AA-400 砂紙(特粗)	攝影機	NRF2401

肆、研究過程及方法與討論

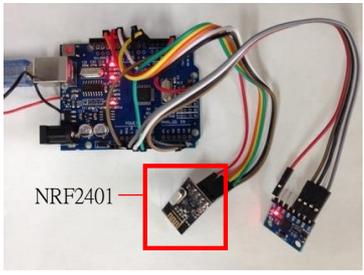
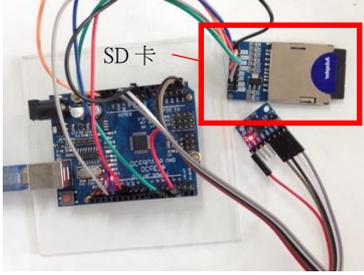
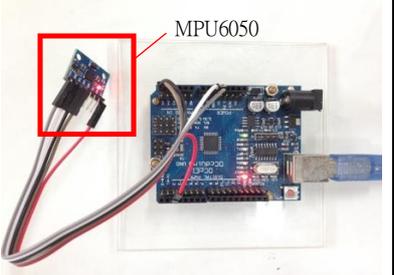
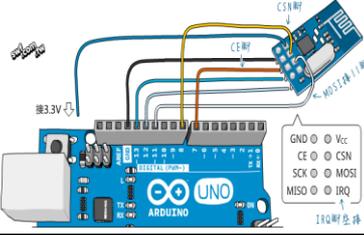
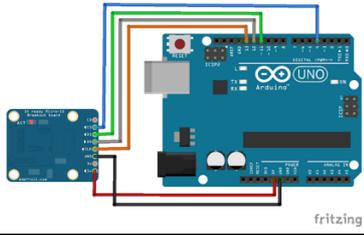
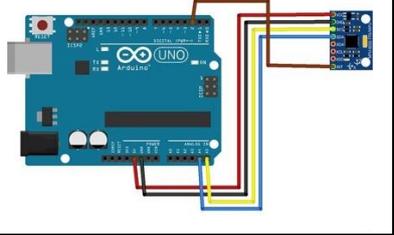
一、實驗 1-1 MPU6050 數位化加速度感測器裝置之設計。

(一) 目的：利用 Arduino 和 MPU6050 提高收集加速度數據的方便性。

(二) 簡介：

1. Arduino 是一種開放授權的互動環境開發技術，軟體的開發環境和電路設計圖皆可在網上免費下載。
2. MPU6050 是一個 6 軸加速度感測器，包含了 3 軸加速度和 3 軸陀螺儀，可以測量 x ,y ,z 軸向的加速度和角速度，屬於 Arduino 擴充原件的一種。
3. 加速度計本質上是一個震盪系統，內部有可移動的質量塊。當加速度計作加速運動時，質量塊就受到慣性力影響，向反方向運動。質量塊發生的位移受到彈簧和阻尼器的限制，通過輸出電壓就能測得外界的加速度大小。
4. 由於加速度計內部的質量塊為可移動的，會受到重力吸引而給阻尼器一個向下的力，因此當加速度計垂直方向加速度為零時，z 軸亦會測得重力常數 9.8m/s^2 。
5. MPU6050 可依需求設定加速度測量範圍 G 值(可為 2G/4G/8G/16G)或角速度測量範圍(可為每秒 250 度/每秒 500 度/每秒 1000 度/每秒 2000 度/s)，並將測量範圍分為 65536 個數值(最大為+32767，最小為-32768)，所測加速度/角速度若超過設定值，原始碼會直接顯示最大值。

(三) 硬體裝置圖：

	第一版 (MPU6050 + NRF2401(無線傳輸)模組)	第二版 (NRF2401 模組改為 SD 卡模組)	第三版 (去掉 SD 卡模組)
實品			
接線圖			
優缺點	<p>優點： 運動系統可脫離電腦的限制並即時將數據傳給電腦。</p> <p>缺點： MPU6050 雖獲得大量數據，但卻因無線傳輸裝置 NRF2401 傳輸速度太慢而無法匹配，使電腦無法收到數據，因此想試著將數據以 SD 卡先儲存在運動系統上。</p>	<p>優點： 運動系統可脫離電腦的限制。</p> <p>缺點： 須將 SD 卡取出放入電腦才可獲得數據，且其儲存內容不符合 MPU6050 獲取的資料，會跑出亂碼。</p>	<p>優點： 傳輸數據十分穩定。</p> <p>缺點： 運動系統需連接電腦。</p>

第三版系統雖需以傳輸線連接電腦，但我們選擇的杜邦線輕且長度夠長，不至於影響系統運動狀態，且數據十分穩定，因此我們最終決定使用它。

(四) 數據校正：

1. 將 MPU6050 平放於桌面上，測量 10 秒加速度數據並平均(理想中平放時加速度為零，此動作可知其偏差值)。

(五) 結果：

1. 透過 MPU6050 及我們設計的程式，可測得加速度和角速度。
2. 利用 MPU6050 每秒可測得 110 筆數據。

3. 如果所要測量的加速度是小且高精度的情況，則設定為小的 G 值，反之，則設定為大的 G 值(本次研究所測加速度皆設定 2G 測量)。
4. 平放時測出加速度原始碼(偏差值)x 軸約為 1732，y 軸約為 708，z 軸約為 22762(z 軸包含重力常數，換算成 MPU6050 原始碼為 16384)。若要校正 MPU6050，測出加速度原始碼需先減掉偏差值。

二、實驗 1-2 數據換算

(一) 目的：將 MPU6050 數據標準化。

(二) 程式內容：

1. 把 MPU6050 讀到的加速度(accel)、角速度(gyro)原始碼轉成 m/s^2 和度/s。

(三) 計算方式：

將測得的原始數據加速度(accel)減掉偏差值(x 軸約為 1732，y 軸約為 708，z 軸約為 6378)後乘以重力常數(9.8)再乘以設定值(可為 2G/4G/8G/16G)最後除以 32768 即為 m/s^2 。

(四) 結果：

1. 換算後加速度上限為 $156.8m/s^2$ ，角速度上限為 2000 度/sec，也符合可的設定值上限(16G 和 2000 度/sec)。

三、實驗 2 利用自製加速度計測量國中滑車實驗之加速度，並探討加速度和外力變化之關係

(一) 目的：探討國中滑車實驗之加速度，並驗證自製加速度計的準確度。

(二) 步驟：

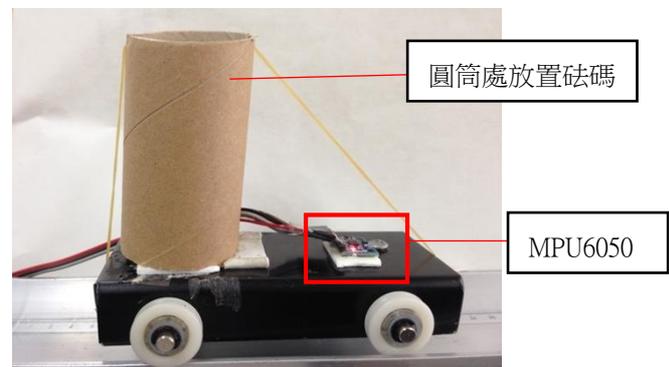
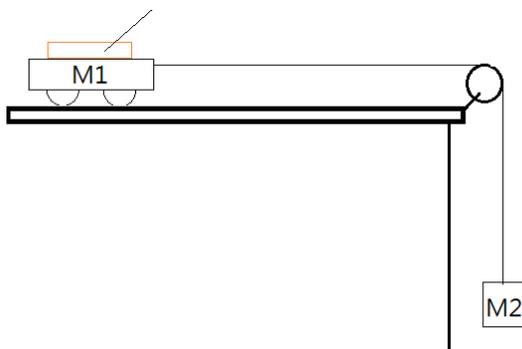
1. 架設好滑車實驗裝置，在棉繩上掛上 100g 砝碼，滑車上放置 900g 砝碼。
2. 以彈簧秤拖移滑車測量其動摩擦力(f_k)。
3. 進行實驗並利用打點計時器測量加速度建立對照組。
4. 將打點計時器改為 MPU6050，重複步驟 1~3 並收集其測量數據。

5. 測得數據後，將其數據用 Excel 打開，取一段穩定的值(去掉最一開始加速度為零的數據和最後撞牆數字浮動到達最大值之數據)，計算平均作為 MPU6050 的數值 a_x (x 軸向的加速度)。
6. 每組實驗做十次並取平均值，做完十次移 100g 車上砝碼，改掛到棉繩上，使系統總重量保持 1162g(車重 162g+砝碼 1000g)。
7. 重複以上步驟，依序改變拉力由 100g、200g 直到 1000g。
8. 利用系統總質量、吊掛砝碼重、動摩擦力、G 值算出加速度理論值。
9. 比較對照組、實驗組與理論值之差異。

(三) 裝置示意圖：

1. 空車重為 $M_1=0.162\text{kg}$ 。
2. 拉力為 $M_2=(0.1\text{kg 砝碼} \times \text{個})$ 。
3. 在車上放置砝碼使裝置總重維持 $1.162\text{kg}(M_1 + 1\text{kg 砝碼})$ 。

MPU6050



(四) 加速度理論值計算方式：

$$F=ma$$

$$m=\text{系統總質量}=m_1+ m_2=1.162\text{kg} \text{ (棉繩和傳輸線省略不計)}$$

$$F_{\text{拉力}}= M_2 \times g$$

$$F_{\text{合力}}= F_{\text{拉力}}-f_k=ma$$

f_k =摩擦力

$$a=(M_2 \times g- f_k) \div 1.162\text{kg}$$

a =系統加速度

(五) 結果：

1. 彈簧秤測出 f_k (單位：N)

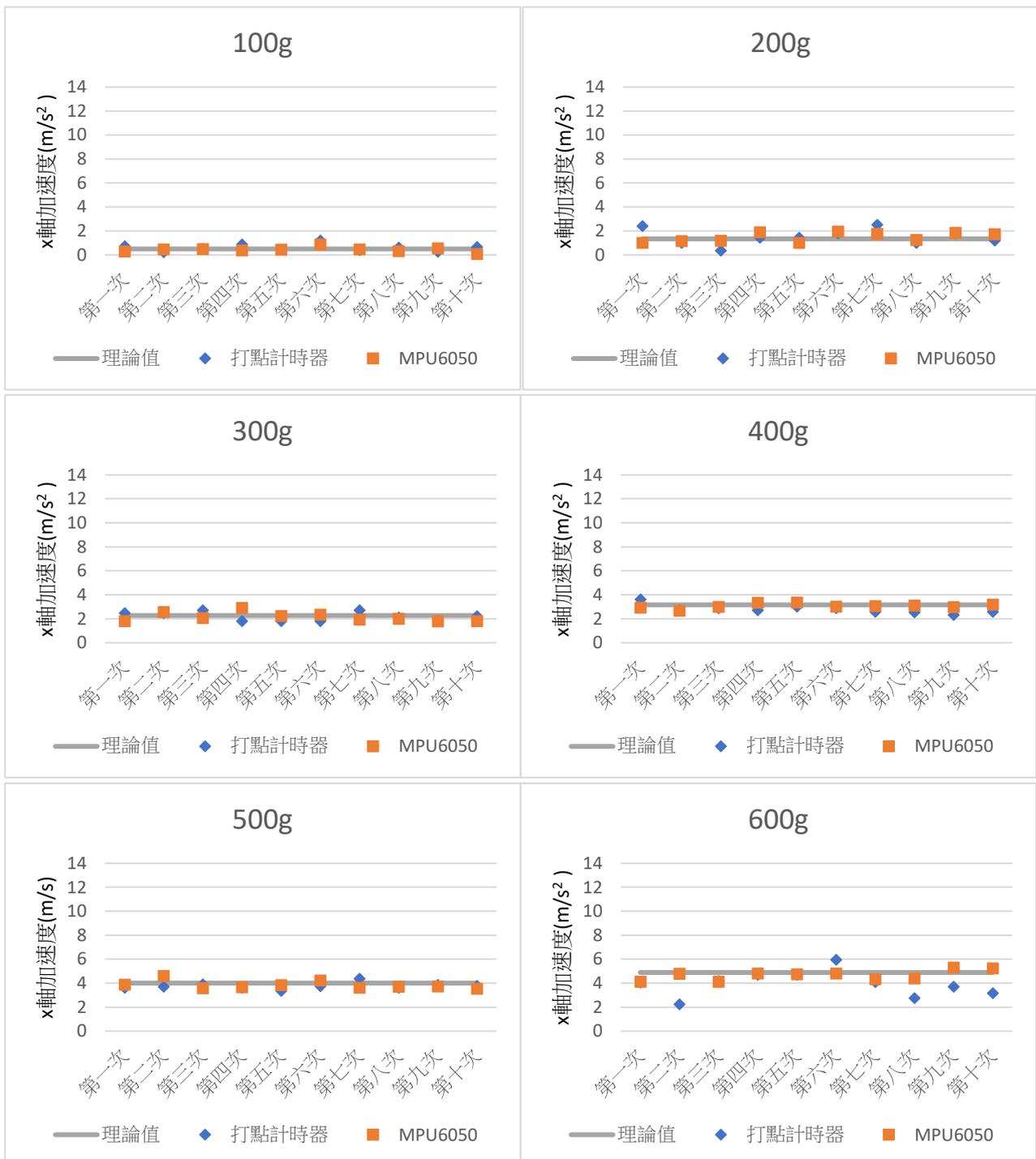
車上砝碼重	0g	100g	200g	300g	400g	500g	600g	700g	800g	900g
f_k	0.1	0.1	0.15	0.15	0.2	0.25	0.25	0.3	0.4	0.4

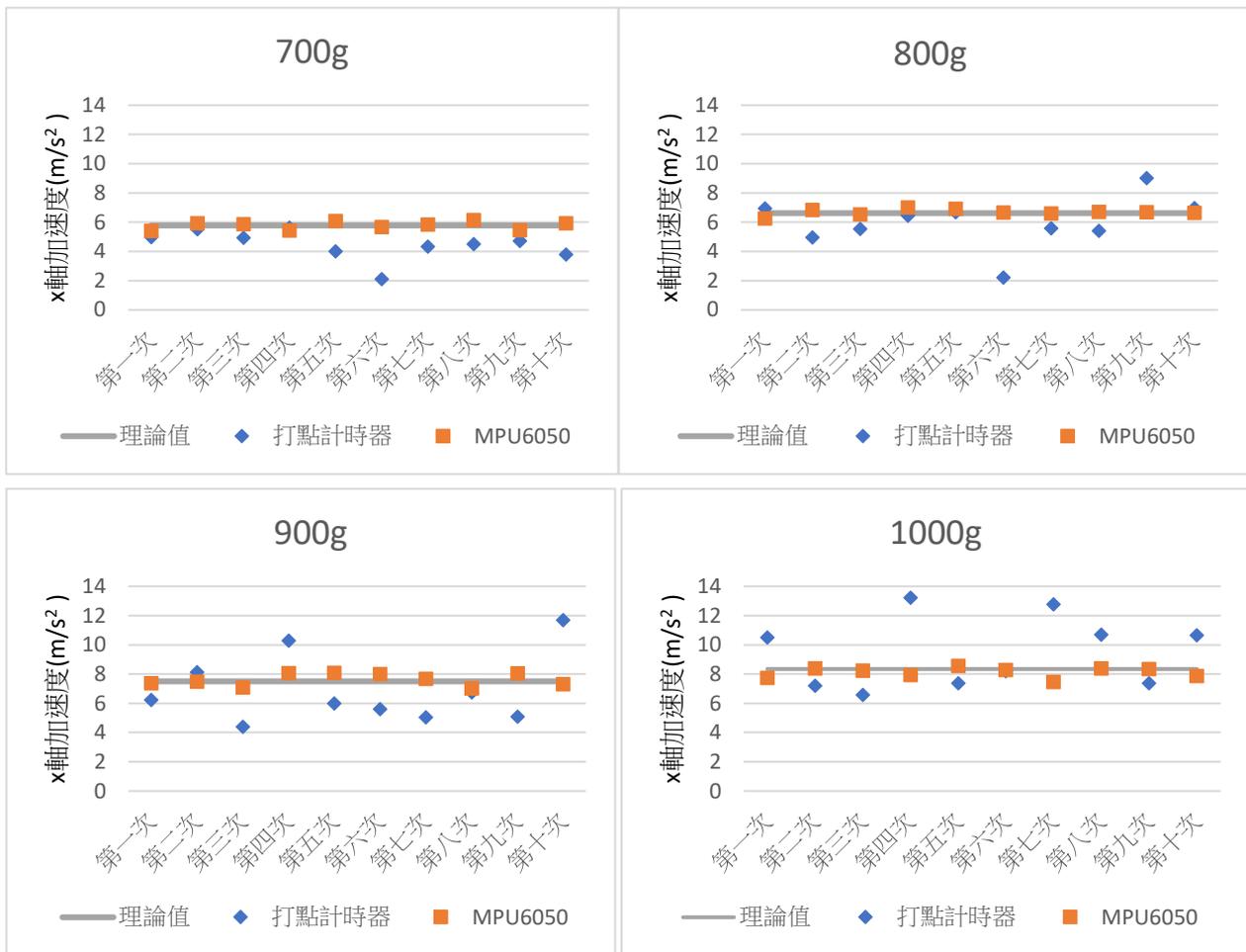
2. 實驗數據(四捨五入至小數點後第三位)(單位： m/s^2)

F 拉力	測量工具	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	平均
100g 加速度 理論值： 0.499	打點計時器	0.720	0.225	0.510	0.880	0.450	1.200	0.400	0.600	0.257	0.648	0.589
	自製測量工具	0.276	0.428	0.463	0.483	0.368	0.875	0.451	0.317	0.536	0.064	0.426
200g 加速度 理論值： 1.343	打點計時器	2.400	1.000	0.360	1.429	1.440	1.800	2.520	1.000	1.800	1.200	1.495
	自製測量工具	1.006	1.158	1.164	1.890	1.002	1.940	1.746	1.230	1.843	1.716	1.470
300g 加速度 理論值： 2.272	打點計時器	2.475	2.475	2.700	1.800	1.800	1.800	2.700	2.100	1.800	2.200	2.185
	自製測量工具	1.791	2.544	2.047	2.889	2.237	2.337	1.981	1.916	1.777	1.799	2.132
400g 加速度 理論值： 3.158	打點計時器	3.600	2.700	2.880	2.700	3.000	2.880	2.571	2.520	2.314	2.571	2.774
	自製測量工具	2.916	2.670	2.977	3.321	3.348	3.014	3.057	3.082	2.959	3.180	3.052
500g 加速度 理論值： 4.002	打點計時器	3.600	3.690	3.888	3.600	3.348	3.750	4.371	3.600	3.840	3.764	3.745
	自製測量工具	3.872	3.256	3.572	3.652	3.304	4.221	3.314	3.313	3.709	3.524	3.574
600g 加速度 理論值： 4.888	打點計時器	4.050	2.220	4.176	4.680	4.680	5.940	4.089	2.736	3.698	3.160	3.943
	自製測量工具	4.101	4.767	5.232	4.802	4.729	4.797	4.326	4.388	5.295	5.232	4.767
700g 加速度 理論值： 5.775	打點計時器	4.980	5.520	4.932	4.486	3.990	2.088	4.320	4.486	4.710	3.780	4.329
	自製測量工具	5.409	5.912	5.855	5.433	6.072	5.653	5.825	6.146	5.439	5.915	5.766
800g 加速度 理論值： 6.618	打點計時器	6.930	4.950	5.530	6.429	6.686	2.214	5.715	5.400	9.000	6.960	5.981
	自製測量工具	6.237	6.821	6.526	6.997	6.916	6.658	6.585	6.706	6.669	6.633	6.675

F 拉力	測量工具	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	平均
900g 加速度 理論值： 7.504	打點計時器	6.240	8.136	4.400	10.29	6.000	5.610	5.040	6.750	5.100	11.70	6.927
	自製測量工具	7.375	7.842	7.097	8.063	7.999	7.686	7.041	7.310	8.051	8.096	7.656
1000g 加速度 理論值： 8.348	打點計時器	10.50	7.200	6.570	13.23	7.380	8.203	12.78	10.70	7.380	10.67	9.461
	自製測量工具	7.743	8.235	7.944	8.289	8.400	8.576	8.402	8.355	8.396	7.883	8.222

3. 外力(M_2)和系統加速度(a)之關係圖



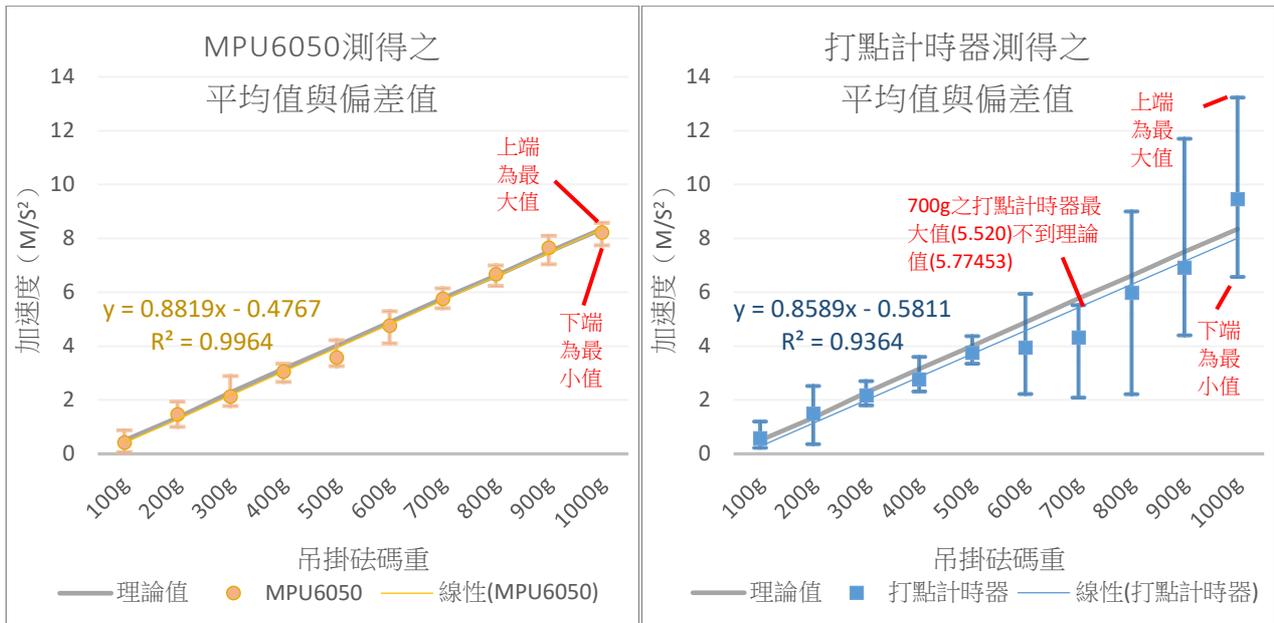


(六) 討論：

1. 自製加速度計與打點計時器所測量出平面加速度之平均值比較

單位：m/s ²		F _{拉力}	100g	200g	300g	400g	500g	600g	700g	800g	900g	1000g
加 速 度 平 均 值	理論值		0.499	1.343	2.272	3.158	4.888	5.775	6.618	7.504	8.348	4.002
	打點計時器		0.589	1.351	2.229	2.486	3.943	4.445	5.967	6.926	9.461	3.745
	偏差值		0.090	0.008	0.043	0.672	0.945	1.330	0.751	0.578	1.113	0.257
	自製加速度計		0.426	1.469	2.132	3.052	4.653	5.766	6.675	7.612	8.129	3.828
	偏差值		0.073	0.126	0.140	0.106	0.235	0.009	0.057	0.108	0.219	0.174

(綠色為較接近理論值的數據) (註：偏差值為數據與理論值之差異)



將測得的加速度數值平均後可看出 MPU6050 的數值十分符合理論值，而打點計時器在拉力較小時也十分精準，600g 時打點計時器平均值開始浮動，從偏差值就可看到打點計時器的誤差是拉力越大越明顯，700g 時打點計時器甚至最大值都碰不到理論值，但 MPU6050 持續穩定，幾乎與理論值重疊

以簡單線性作圖，MPU6050 的趨勢線和理論值重疊，其決定係數(R^2)為 0.9976，驗證外力和加速度成正比。打點計時器的趨勢線略低於理論值，決定係數(R^2)小於 MPU6050。由此可知 MPU6050 更符合理論之加速度。

2. 自製加速度計與打點計時器所測量出平面加速度之標準差比較

(單位： m/s^2) (四捨五入至小數點後第三位)

		100g	200g	300g	400g	500g	600g	700g	800g	900g	1000g
標準差	打點計時器	0.294	0.645	0.371	0.510	0.361	1.385	1.694	1.777	2.351	2.558
	MPU6050	0.210	0.390	0.377	0.217	0.517	0.405	0.255	0.210	0.423	0.286

(綠色為標準差較小者，紅色為標準差超過 1 者)

(註：標準差為個別數值和理論值之差距平方後平均再開根號)

由標準差亦可看出大部份時候 MPU6050 比打點計時器更為接近理論值，且超過 500g 後打點計時器標準差都很大(皆超過 1)。

綜合以上結果，可瞭解到 MPU6050 所測出加速度比打點計時器還精準，且偏差值較小。推測是因為打點計時器適合拉力較小時之測量，而實驗作到後面，紙帶捲動速度快、打點計時器的碳粉消耗使得墨跡變淺，難以辨認，能取得人眼顯而易見的點數較少。且打點計時器使用時紙帶如果歪斜，使黑點不成一條線，讓計算出的加速度不夠穩定精準，由此可知，打點計時器操作不如 MPU6050 方便，容易造成人為誤差。而 MPU6050 有內建濾波器過濾掉滑車行進時造成的震動，較容易處理掉誤差，也因每秒能直接取到的加速度值高達 110 筆，精確許多。

3. 自製測量工具與打點計時器的比較：

比較項目	打點計時器	自製測量工具
耗材量	大	無 (勝)
準確性	偏差小	偏差大 (勝)
穩定性	不穩定	穩定 (勝)
操作便利性	麻煩	方便 (勝)
價格	>1000 元	100~200 元 (勝)
測量情況	定向	不定向 (勝)

四、實驗 3 利用自製加速度計測出的物體加速度求得動摩擦力，探討接觸面材質與物體正向力大小對摩擦力之影響

(一) 目的：了解接觸面材質與物體正向力大小對摩擦力之影響。

(二) 步驟：

1. 架設滑車實驗裝置並將滑車替換成木塊。
2. 棉線上吊掛 300g 砝碼，木塊上放置 100g 砝碼。
3. 以滑車實驗方式測量木塊加速度，重複五次。
4. 將木塊底部替換成不同粗細的砂紙，分別測量其加速度。
5. 在木塊上方加裝砝碼(200g, 300g, 400g, 500g)，改變其正向力，分別測量其加速度。

6. 利用系統總質量、吊掛砝碼重、G 值和測得加速度計算摩擦力。

(三) 動摩擦力計算方式

$$F=ma$$

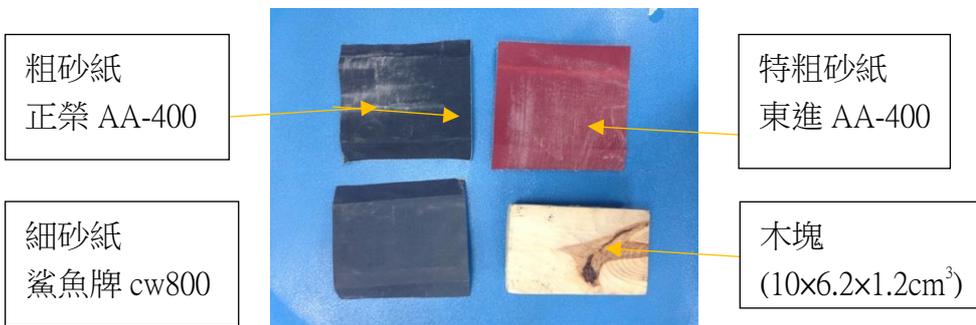
$$m=\text{系統總質量}=\text{吊掛砝碼重 } 0.3(\text{kg})+\text{木塊重 } 0.0692(\text{kg})$$

$$F_{\text{拉力}}=\text{吊掛砝碼重 } 0.3(\text{kg})\times 9.8$$

$$F_{\text{拉力}} - f_k = ma_x \quad f_k \text{ 為摩擦力} \quad a_x \text{ 為加速度}$$

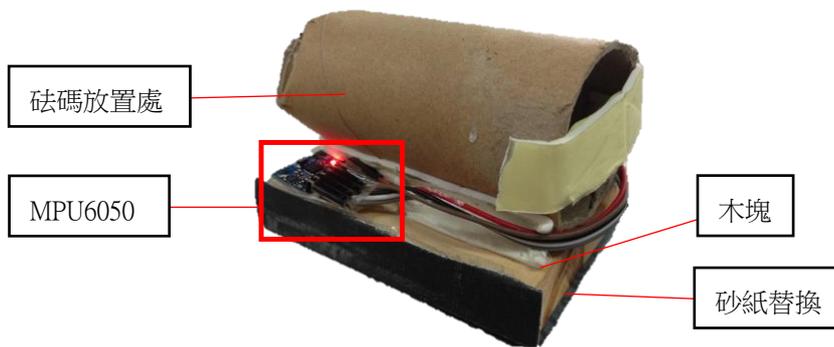
$$f_k = (0.3 \times 9.8) - [a_x \times (0.3692 + \text{木塊上砝碼重})]$$

(四) 材料種類



(五) 實驗裝置：

1. 在木塊上方加裝紙筒，紙筒內放置砝碼。
2. 紙筒旁黏貼 MPU6050，並和木塊邊緣切平。
3. 木塊底部黏貼砂紙。



(六) 實驗數據(四捨五入至小數點後第四位)(單位：m/s²、N)：

1. 木塊上砝碼重 100g

材質		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
木塊	a _x	5.9840	5.5974	5.9377	5.7292	5.6843	5.7865
	f _k	0.1322	0.3137	0.1540	0.2518	0.2729	0.2249

細砂紙(灰)	ax	5.6183	5.5303	5.6698	5.7343	5.6905	5.6486
	fk	0.3039	0.3451	0.2797	0.2494	0.2700	0.2896
粗砂紙(黑)	ax	5.4131	5.4929	5.0188	5.2074	5.384	5.3032
	fk	0.4001	0.3627	0.5851	0.4966	0.4138	0.4517
特粗砂紙 (紅)	ax	4.9036	4.9060	4.8794	4.8210	4.9630	4.8946
	fk	0.6392	0.6381	0.6505	0.6779	0.6113	0.6434

2. 木塊上砝碼重 200g

材質		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
木塊	ax	4.5887	4.6830	4.8508	4.2653	4.8051	4.6386
	fk	0.3281	0.2744	0.1789	0.5121	0.2049	0.2997
細砂紙(灰)	ax	4.2315	4.2533	4.3263	4.0812	4.0936	4.1972
	fk	0.5314	0.5190	0.4774	0.6169	0.6099	0.5509
粗砂紙(黑)	ax	3.9324	4.1137	4.0552	4.0295	4.0233	4.0308
	fk	0.7016	0.5984	0.6317	0.6464	0.6499	0.6456
特粗砂紙 (紅)	ax	3.4426	3.6620	3.9442	3.5343	3.6405	3.6447
	fk	0.9282	0.8678	0.6949	0.8555	0.9804	0.8654

3. 木塊上砝碼重 300g

材質		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
木塊	ax	3.4171	2.9726	3.2945	3.2281	3.2578	3.2340
	fk	0.6532	0.9507	0.7353	0.7797	0.7598	0.7757
細砂紙(灰)	ax	3.5114	3.4217	3.2159	3.1859	3.3635	3.3397
	fk	0.5901	0.6501	0.78792	0.8079	0.6891	0.7050
粗砂紙(黑)	ax	3.3421	3.4076	3.0919	3.2636	2.9682	3.2147
	fk	0.7034	0.6596	0.8709	0.7559	0.9536	0.7887
特粗砂紙 (紅)	ax	2.8780	2.9091	2.9188	2.7768	2.4949	2.7955
	fk	1.0140	0.9932	0.9867	1.2704	1.2704	1.1069

4. 木塊上砝碼重 400g

材質		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
木塊	ax	2.5911	1.6069	1.5183	2.081	1.2326	1.8060
	fk	0.9469	1.7030	1.7721	1.3392	1.9918	1.5506
細砂紙(灰)	ax	2.7814	2.6169	2.5991	2.4450	2.6601	2.6205
	fk	0.8004	0.9207	0.9407	1.0592	0.8938	0.9230

粗砂紙(黑)	ax	2.3523	2.4707	2.5850	2.5656	2.4288	2.4805
	fk	1.3122	1.2302	1.1511	1.1646	1.2592	1.2235
特粗砂紙 (紅)	ax	2.4803	2.1427	2.2805	1.9253	2.383	2.2424
	fk	1.3101	1.4572	1.3618	1.6076	1.207	1.3887

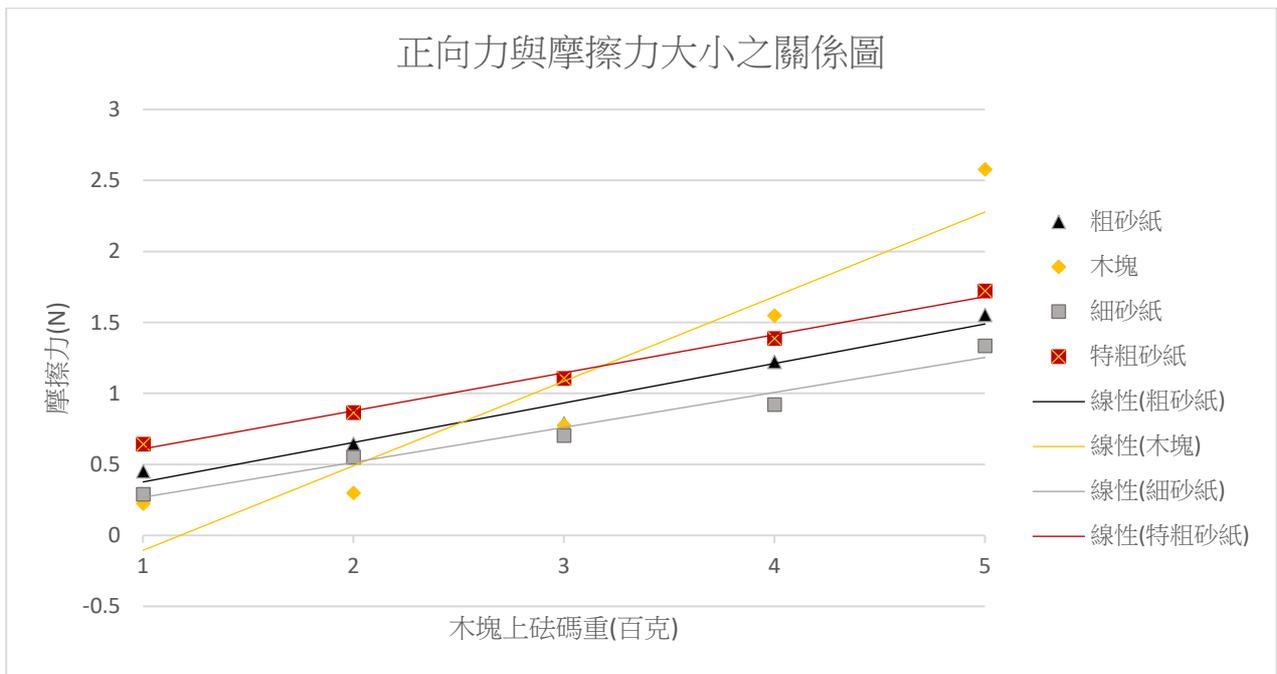
5. 木塊上砝碼重 500g

材質		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
木塊	ax	0.3892	0.3601	0.3506	0.3689	0.6003	0.4138
	fk	2.6010	2.6270	2.6270	2.6193	2.4182	2.5785
細砂紙(灰)	ax	2.1117	1.7821	1.8594	1.7454	1.7337	1.8465
	fk	1.1044	1.3910	1.3237	1.4229	1.4330	1.3350
粗砂紙(黑)	ax	1.6845	1.5696	1.5977	1.5569	1.5675	1.5952
	fk	1.4758	1.5757	1.5512	1.5867	1.5775	1.5534
特粗砂紙 (紅)	ax	1.6286	1.504	1.7689	1.7932	2.1043	1.7598
	fk	1.8130	1.8992	1.7159	1.6991	1.4838	1.7222

(七) 討論：

1. 接觸面材質與物體正向力大小對摩擦力之影響(四捨五入至小數點後第四位)(單位： m/s^2 、N)

材質 \ 木塊上砝碼重		100g	200g	300g	400g	500g
木塊	ax	5.7865	4.6386	3.2340	1.8060	0.4138
	fk	0.2249	0.2997	0.7757	1.5506	2.5785
細砂紙(灰)	ax	5.6486	4.1972	3.3397	2.6205	1.8465
	fk	0.2896	0.5509	0.7050	0.9230	1.3350
粗砂紙(黑)	ax	5.3032	4.0308	3.2147	2.4805	1.5952
	fk	0.4517	0.6456	0.7887	1.2235	1.5534
特粗砂紙(紅)	ax	4.8946	3.6447	2.7955	2.2424	1.7598
	fk	0.6434	0.8654	1.1069	1.3887	1.7222



由公式 $f_k(\text{摩擦力}) = \mu_k(\text{摩擦係數}) \times N(\text{正向力})$ 推斷，三種砂紙之連線應成正比，且呈現放射狀（斜率不一樣），但將以上結果製成折線圖後，實際測出卻是幾乎平行，推測是因正向力變化太小、粗糙程度差異不大，使得連線不如預期的完美。

由於木塊摸起來粗細程度和細砂紙接近，可推測木塊理想狀態之連線應在細砂紙附近，但木塊各點連線從中間貫穿其餘三條線，嘗試重作實驗結果還是一樣。推測是因為木塊是自己鋸的，且用砂紙磨過，使得木塊底部不平整、邊緣太過圓滑，造成最初摩擦力較小。而黏砂紙時部分殘膠卡入木塊縫隙，使木塊摩擦力增加，讓摩擦力連線在正向力較大時往上偏移。若是砂紙卡到殘膠，可直接替換成新的，而能夠排除此變因，因此砂紙連線較完美。

另外，我們上網查詢砂紙號數所代表的意思，得知號碼越大顆粒越細，但實際上觀察到的和實驗結果，皆證明特粗砂紙(紅/東進 AA-400)比粗砂紙(黑/正榮 AA-400)粗糙，由此可知砂紙號數不是絕對的，不同廠牌出的砂紙粗細也會不一樣。

五、實驗 4 利用自製加速度計探討斜面上加速度和角度的關係

(一) 目的：瞭解斜面加速的情況。

(二) 步驟：

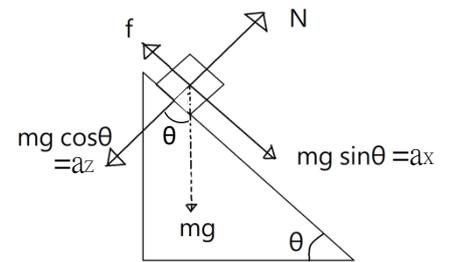
1. 架設滑車實驗裝置並將起始端的部分抬高，使軌道與地面的夾角成 10 度。
2. 將 MPU6050 水平放置黏在滑車上，並將滑車放置於軌道頂端滑下，取得 x 軸和 z 軸的加速度數據，測量五組數據。
3. 將軌道與地面的夾角改成 30 度、50 度和 70 度並重複以上步驟測量加速度。
4. 利用車重、G 值算出加速度理論值(設摩擦力為零)。
5. 比較實驗組與理論值之差異。

(三) 摩擦力為零時加速度理論值計算方式：

1. 平行於斜面的加速度為重力的分力下滑造成，因此

$$mg \sin \theta = m \times a_x, a_x = g \sin \theta。$$

2. 系統設定結果，使垂直於斜面的 a_z 得以測出，造成此加速度的力亦為重力的分力，大小和正向力相同 $mg \cos \theta = m \times a_z, a_z = g \cos \theta。$



θ :軌道與地面之夾角

(四) 準確性計算方式：

$$\text{準確性} = \text{實驗值} \div \text{理論值} \times 100\%$$

(五) 結果：

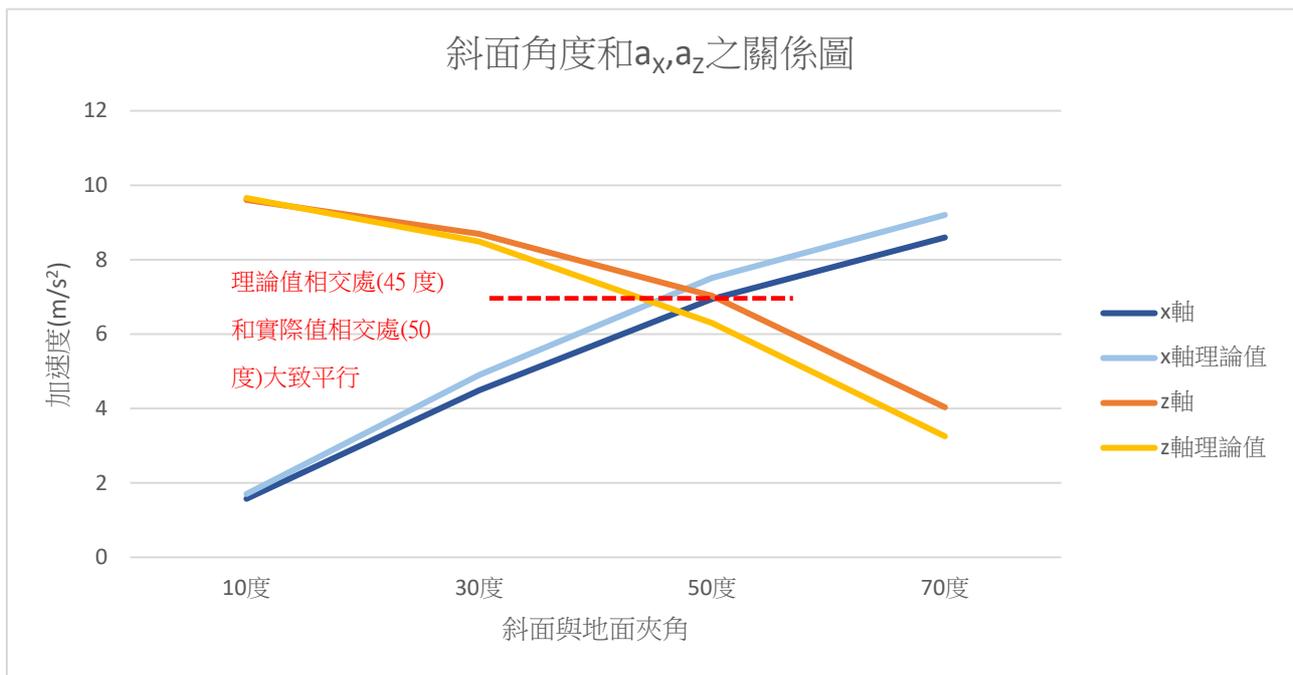
1. 自製加速度計所測量出斜面加速度情況(單位： m/s^2)(四捨五入至小數點後第三位)

	X 軸(a_x)	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均值
10 度 理論值 1.702	實驗值	1.419	1.640	1.469	1.644	1.690	1.572
30 度 理論值 4.9	實驗值	4.464	4.511	4.46	4.486	4.522	4.489
50 度 理論值 7.507	實驗值	6.983	7.090	6.863	7.024	6.762	6.944
70 度 理論值 9.201	實驗值	8.654	8.749	8.626	8.441	8.506	8.595

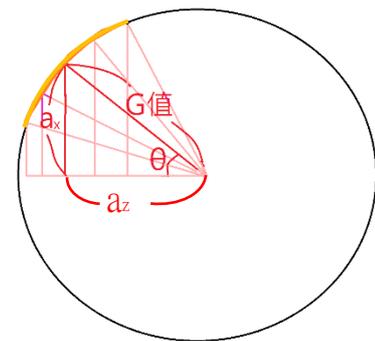
	z 軸(a_z)	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均值
10 度	實驗值	9.679	9.659	9.664	9.647	9.377	9.605

理論值 9.656							
30 度 理論值 8.487	實驗值	8.73	8.565	8.463	8.803	8.900	8.692
50 度 理論值 6.299	實驗值	6.983	6.834	6.563	7.703	7.063	7.028
70 度 理論值 3.252	實驗值	3.991	3.674	3.890	4.371	4.233	4.031

(六) 討論：



如右圖所示，將重力(G 值)設為三角形的斜邊，x、z 軸加速度(a_x 、 a_z)為三角形的底和高，以斜邊長為半徑畫圓，圓內各個三角形的底和高即為 x、z 軸加速度，因此加速度連線(橘色線段、上表斜面角度和 a_x 、 a_z 之關係圖)呈弧形。



由於斜面加速度所算出的理論值為假設摩擦力=0 時之狀況，因此將斜面加速度測出數值和理論值比較後，可發現實際 a_x 比理論值低(摩擦力使滑車速度減慢)，而 a_z 比理論值高(往下加速時，加速度會抵銷 g 值，而摩擦力使下滑的加速度變小，使測得 g 值大於理論值之預期、而 g 值分力實際 a_z 也大於理論值)。

於斜面上運動時，斜面角度越大，沿斜面加速度 a_x 越大，而垂直於斜面的 a_z 越小。製成圖表後，可發現 a_x 理論值和 a_z 理論值加速度在夾角為 45 度處相交，但實際測出數值卻在接

近 50 度時才有交點，且大致上和理論值之交點平行，由此可知 50 度時的實際加速度，因為摩擦力造成之影響，幾乎等於理想狀態、無摩擦力時 45 度的加速度。

製成圖表後可發現角度較大時，實際加速度和理論值差距較大，推測是因為在角度增加時，實際摩擦力減少的幅度比 $f_k = \mu_k \times N$ 理論預期的少，也使得實際 a_x 增加的量比理論值少， a_z 增加的量比理論值多，讓實際值和理論值越離越遠。若將實際值和理論值的差距值製成圖表，因為角度越大，物體壓在軌道上的力變小，摩擦力也會越小的關係，將呈現拋物線。

六、實驗 5 探討電梯加速度與物質重量變化的關係

(一) 目的：將自製加速度計應用在觀察電梯移動時加速度與物質重量變化的關係。

(二) 步驟：

1. 將 MPU6050 平放在電梯地板上(z 軸垂直地面)，測量電梯靜止時的重力常數(校正值)，方便之後校正數值。
2. 將電子秤(電子秤上不需放置任何物品)與碼表並排並歸零，以手機慢動作攝影記錄以方便比對。
3. 攝影開始後按下樓層，開始測量加速度，同時按下碼表計時。
4. 設數值(電子秤因加速度改變而改變數值)開始跳動時 $t=0$ 。
5. 重複步驟 2~4，並進行一層樓和四層樓的上下加速度和重量變化測量各五次。
6. 將測出加速度減掉校正值(包含重力常數)。
7. 比較加速度與重量變化之關係。

(三) 實驗數據(四捨五入至小數點後第三位)：

1. 電梯靜止時測得重力常數 g (校正值)為 $9.627(m/s^2)$ 。
2. 上一層樓

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次

時間 (sec)	重量變 化(mg)	az(m/s ²)	重量變 化(mg)	az (m/s ²)						
0	0.04	-0.004	0.00	-0.002	0.05	-0.002	0.00	0.006	0.03	0.003
0.5	1.78	0.190	2.18	0.071	2.41	0.013	2.79	0.170	2.59	0.090
1	3.31	0.345	3.70	0.140	3.90	0.067	3.91	0.247	3.73	0.257
1.5	4.21	0.404	4.16	0.390	4.17	0.389	4.15	0.403	4.19	0.388
2	4.23	0.409	4.18	0.419	4.17	0.411	4.15	0.406	4.19	0.394
2.5	4.23	0.405	0.31	-0.005	-0.09	0.003	-0.09	0.02	-0.08	-0.005
3	4.23	0.408	-0.07	0.002	-0.06	0.004	-0.09	0.014	-0.06	0.00
3.5	-0.21	-0.006	-0.06	0.007	-0.06	0.003	-0.09	0.006	0.00	-0.004
4	-0.19	-0.004	-0.05	0.001	-0.04	0.007	-0.07	0.003	0.00	0.001
4.5	-0.05	-0.001	-0.05	-0.005	-0.04	0.007	-0.06	0.008	0.00	-0.002
5	-1.05	-0.221	-6.60	-0.640	-6.65	-0.646	-5.55	-0.647	-6.59	-0.652
5.5	-6.59	-0.557	-6.37	-0.653	-5.99	-0.628	-6.69	-0.65	-6.32	-0.649
6	-4.16	0.020	-0.38	-0.535	-0.96	-0.152	-5.79	-0.63	-0.35	-0.005
6.5	0.15	0.019	0.21	-0.130	0.25	0.024	0.08	-0.045	0.18	0.014
7	-0.21	0.004	-1.1	0.016	-1.14	0.002	0.22	0.021	-1.14	0.015
7.5	-0.31	-0.002	0.00	-0.130	-0.04	0.016	-1.19	0.01	0.00	-0.128
8	-0.06	0.004	0.00	0.016	0.00	-0.001	-0.07		0.00	-0.001
8.5	-0.04	0.010	0.00	0.008	0.00	0.004	-0.05		0.00	-0.003
9	0.00	-0.001	0.00	-0.048	0.00	0.002	0.00		0.00	0.006

3. 下一層樓

時間 (sec)	第一次		第二次		第三次		第四次		第五次	
	重量變 化(mg)	az(m/s ²)	重量變 化(mg)	az (m/s ²)						
0	0.00	0.004	0.04	0.00	0.04	0.011	0.00	-0.002	-0.18	0.007
0.5	-0.12	-0.024	-0.14	-0.016	-0.14	-0.001	-0.83	-0.101	-0.20	-0.016
1	-0.24	-0.025	-1.49	-0.104	-1.49	-0.180	-2.11	-0.200	-1.11	-0.066
1.5	-1.14	-0.116	-2.63	-0.180	-2.63	-0.264	-3.69	-0.270	-2.61	-0.142
2	-2.66	-0.198	-4.07	-0.264	-4.07	-0.357	-4.17	-0.397	-3.79	-0.299
2.5	-3.86	-0.280	-4.20	-0.357	-4.20	-0.398	-4.17	-0.389	-4.13	-0.402
3	-4.17	-0.398	-4.20	-0.408	-4.20	-0.392	-4.17	-0.409	-4.13	-0.402
3.5	-4.17	-0.398	-4.20	-0.398	-4.20	-0.404	-0.56	0.020	0.15	0.022
4	-4.15	-0.393	0.17	0.012	0.17	0.010	0.10	0.011	0.14	0.019
4.5	0.12	0.026	0.16	0.010	0.16	0.007	0.08	0.008	0.14	0.010
5	0.10	0.017	0.00	0.007	0.09	0.003	0.08	0.013	0.14	-0.001
5.5	0.00	0.012	0.76	0.003	0.09	0.001	0.08	0.001	6.71	0.429
6	0.00	0.014	6.28	0.586	6.69	0.657	6.64	0.648	6.06	0.648

6.5	5.33	0.340	6.71	0.654	6.56	0.589	6.35	0.649	0.08	-0.021
7	6.69	0.623	4.85	0.224	2.80	0.224	0.54	-0.017	-0.14	-0.008
7.5	5.98	0.184	-0.28	-0.018	-0.21	-0.018	0.26	-0.020	-0.12	0.006
8	0.00	-0.001	-0.11	-0.016	-0.07	-0.016	0.09	-0.013	0.00	0.003
8.5	-0.17	0.002	-0.09	-0.015	-0.05	-0.015	0.08	-0.011	0.00	0.008
9	-0.18	-0.002	-0.08	0.002	0.00	0.002	0.06	0.007	0.00	-0.009

4. 上四層樓

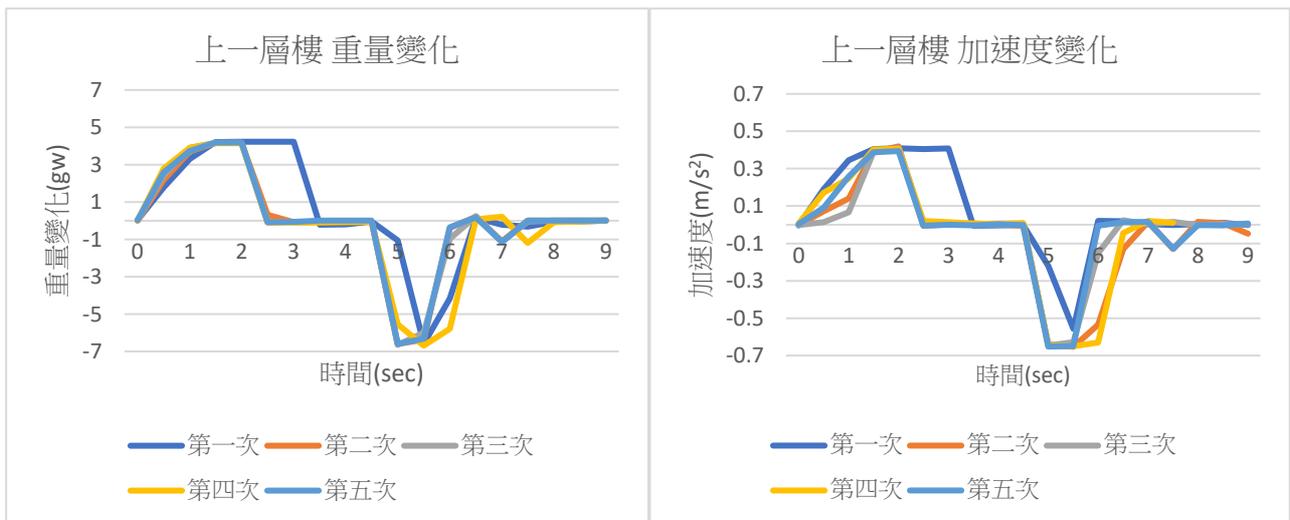
時間 (sec)	第一次		第二次		第三次		第四次		第五次	
	重量變化(mg)	az(m/s ²)								
0	-0.03	-0.02	0.00	0.001	0.00	-0.002	1.74	0.100	0.00	-0.003
0.5	2.87	0.170	2.19	0.160	2.5	0.230	2.89	0.234	1.95	0.079
1	4.05	0.388	3.72	0.251	3.94	0.300	4.13	0.404	3.03	0.234
1.5	4.11	0.394	4.16	0.402	4.12	0.374	4.15	0.389	4.10	0.310
2	4.13	0.401	4.16	0.401	4.12	0.405	4.15	0.390	4.11	0.410
2.5	4.13	0.389	4.16	0.399	4.12	0.394	4.14	0.416	4.11	0.399
3	-0.06	-0.003	0.26	-0.007	-0.13	-0.027	-0.12	0.005	4.11	0.410
3.5	-0.09	-0.011	-0.14	0.003	-0.13	-0.009	0.00	-0.016	-0.1	-0.007
4	-0.09	0.002	-0.06	-0.008	-0.11	-0.016	-0.04	-0.017	-0.08	0.000
4.5	-0.09	-0.004	-0.04	-0.001	-0.09	-0.015	-0.04	0.007	-0.06	-0.018
5	-0.08	0.002	0.00	-0.007	-0.06	-0.013	-0.04	0.007	0.00	-0.007
5.1~18	0.00	0.006	0.00	-0.003	0.00	0.000	0.00	-0.014	0.00	0.003
18	0.04	0.007	0.00	-0.004	0.00	-0.001	0.00	-0.001	0.00	0.009
18.5	-6.24	-0.652	-5.32	-0.467	-6.21	-0.636	-6.63	-0.649	0.00	-0.002
19	-6.6	-0.649	-5.32	-0.656	-6.69	-0.641	-6.63	-0.636	-6.66	-0.662
19.5	-2.85	-0.343	-6.68	-0.648	-6.68	-0.632	-3.29	-0.343	-6.50	-0.642
20	0.17	0.007	-5.97	-0.644	-5.97	-0.511	0.19	0.031	-2.49	-0.479
20.5	-0.21	0.009	0.00	-0.006	0.00	-0.003	-0.15	0.011	0.17	0.010
21	0.00	-0.003	0.19	-0.008	0.19	-0.004	0.04	-0.129	-0.57	0.007
21.5	0.00	0.001	-0.83	0.010	-0.83	-0.117	0.04	0.016	-0.11	0.008
22	0.00	-0.006	0.00	0.011	0.00	-0.005	0.04	0.003	0.00	0.002

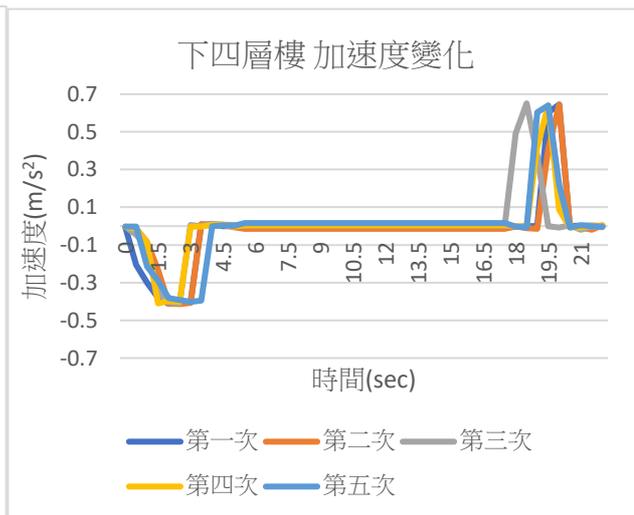
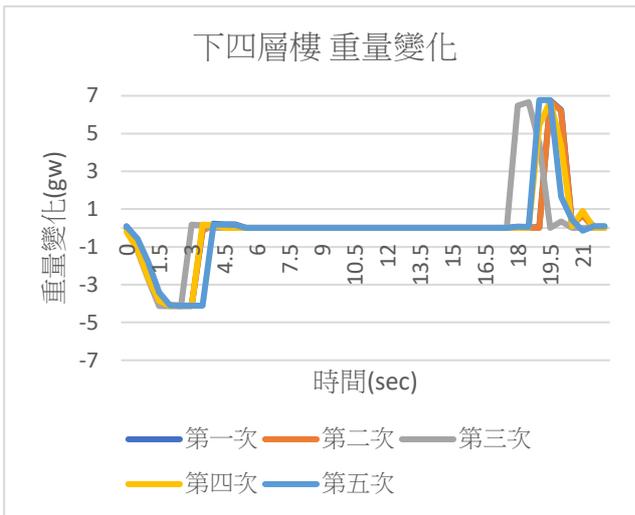
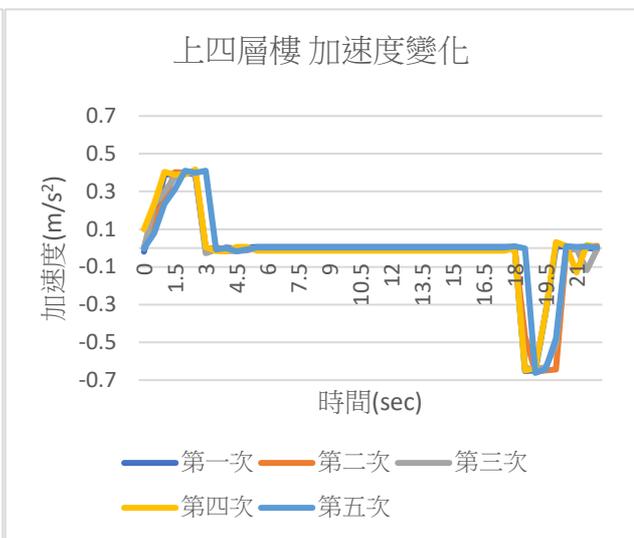
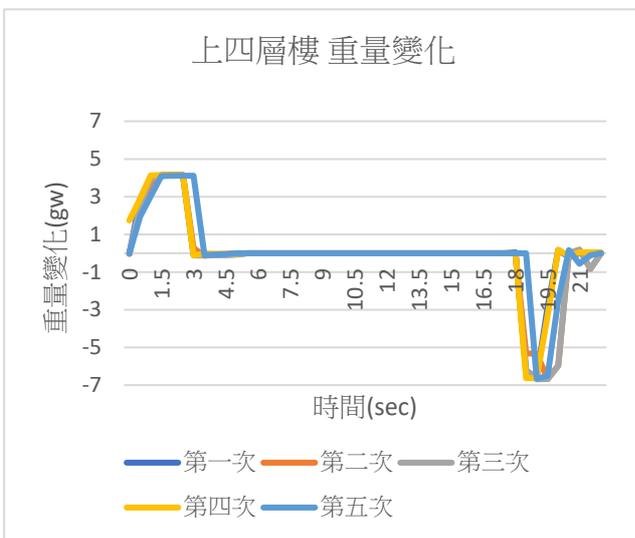
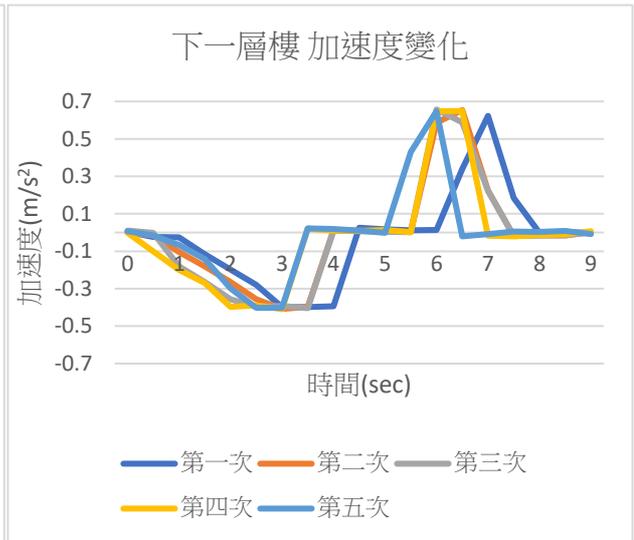
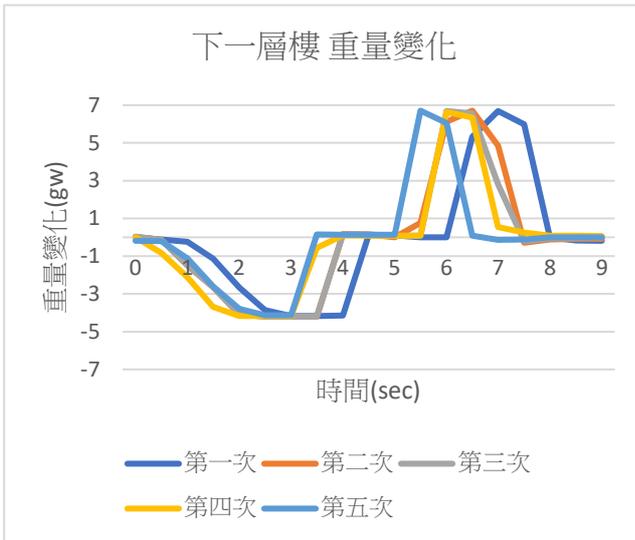
5. 下四層樓

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
--	-----	-----	-----	-----	-----

時間 (sec)	重量變化(mg)	az(m/s ²)	重量變化(mg)	az (m/s ²)						
0	0.09	-0.007	0.00	-0.004	0.00	-0.002	-0.19	-0.002	0.08	-0.003
0.5	-0.63	-0.206	-0.68	-0.013	-1.20	-0.047	-1.15	-0.015	-0.56	-0.002
1	-2.21	-0.300	-2.24	-0.085	-2.71	-0.106	-2.65	-0.088	-1.80	-0.214
1.5	-3.83	-0.380	-3.79	-0.233	-4.13	-0.353	-3.86	-0.410	-3.41	-0.291
2	-4.10	-0.412	-4.08	-0.410	-4.14	-0.404	-4.12	-0.397	-4.10	-0.382
2.5	-4.13	-0.401	-4.10	-0.414	-4.14	-0.410	-4.12	-0.402	-4.11	-0.392
3	-4.13	-0.406	-4.11	-0.408	0.17	0.006	-4.12	-0.003	-4.11	-0.402
3.5	-0.07	0.007	-0.13	0.011	0.15	0.000	0.18	-0.003	-4.11	-0.396
4	0.22	0.011	0.13	0.001	0.00	0.012	0.16	0.008	0.18	-0.001
4.5	0.20	0.000	0.13	0.006	0.00	0.007	0.00	0.008	0.18	0.004
5	0.19	0.001	0.06	-0.006	0.00	0.006	0.00	-0.002	0.16	0.001
5.1~18	0.00	-0.007	0.00	-0.014	0.00	0.003	0.00	0.004	0.00	0.016
18	0.06	-0.004	0.00	-0.001	6.48	0.492	0.00	-0.001	0.08	-0.003
18.5	0.05	0.000	0.00	-0.011	6.66	0.651	0.00	0.000	0.06	-0.007
19	0.05	0.001	0.00	-0.014	4.49	0.373	5.44	0.419	6.77	0.603
19.5	6.76	0.602	6.72	0.409	0.00	-0.001	6.70	0.640	6.77	0.640
20	6.25	0.645	6.19	0.643	0.35	-0.007	4.39	0.087	1.65	0.219
20.5	0.16	0.001	0.14	-0.001	0.00	0.004	0.10	-0.006	0.43	-0.007
21	0.76	0.003	0.67	-0.006	0.00	-0.02	0.91	-0.007	-0.14	0.005
21.5	0.08	0.002	0.00	-0.020	0.00	-0.003	0.00	0.002	0.10	0.000
22	0.08	0.000	0.00	0.004	0.00	-0.006	0.00	0.002	0.09	-0.003

(四) 討論：





MPU6050 在電梯中因為電線捲曲的關係，無法完全放置水平，因此電梯在沒有加速度變化時，z 軸讀出數值(9.627m/s²)並不等於重力常數 9.8 m/s²。

電梯加速度與重量變化之關係為相對應，根據 $F=ma$ ，若電梯以加速度 a 向上， a 為正值，電子秤測到物體重量會增加，反之，則重量減輕，得等式 $mg'=m(g+a)$ 。因此電子秤會測到物體重量變化為 ma ，和 F 成正比。由圖表可知，重量變化圖表縱座標為 $-7\sim 7g$ ，而加速度值為圖表縱座標為 $-0.7\sim 0.7\text{ m/s}^2$ ，由於電子秤上沒有放置任何物品，得等式重量變化(kg) $\times 9.8$ =載物台質量 \times 相對應的加速度值(m/s^2)，因此可推得我們使用的電子秤載物台重 98 公克。

電梯加速時測得加速度最大值約是 0.4m/s^2 ，而減速時會達到約 0.6 m/s^2 ，推測是因為電梯加速有性能之限制，而減速只要煞車就好，所以減速時間較短，加速度變化也較大，但從圖表中可看出有兩段減速，推測是因為一次煞死的話，會造成煞車系統耗損，長時間下來造成煞車失靈。而為了統一設定，且往下加速太快會使人有無重力感而感到不適，因此往上/往下之起始加速度是一樣的，僅有馬達正轉/反轉之差別。

此種電梯為 103 年所製造的低速電梯(每秒 4 米以下)，整體上不管速度或加速度都會比現在新蓋的大樓所配備的高速電梯(每秒 12 米以上)來得慢。由以上圖表得知，此部電梯的加速情況不會因上下樓層數多寡而有差別，一層樓與四層樓的差別，僅有中間等速移動(加速度為零)的時間改變。若是樓層較多的大樓，所配備的高速電梯為了快速又不會使人感到不適，加速時間會比較長，則會因上下樓層數多寡而有重量改變上的差別。

伍、 結論

- 一、我們自製的加速度計由 MPU6050 加速度陀螺儀與 Arduino 和程式設計搭配，可以在 1 秒內取得 110 筆穩定的加速度值，能取代傳統的打點計時器做加速度測量，操作方便、價格低廉，且不耗材更環保。
- 二、在平面長軌道的滑車實驗中，我們以自製系統 MPU6050 測得數據線性分析，其決定係數 $R^2=0.9976$ 驗證外力和加速度成正比。並且發現傳統的打點計時器適合用於外力相對整體質量較小時，滑車速較小，紙帶上人眼能顯而易見、可分析的數據較足夠且穩定，而 MPU6050 加速度計不受速度限制，在外力較大時，仍可呈現出精準穩定的數據。

- 三、在平面軌道上，我們試著以木塊代替滑車運行量測滑動摩擦力，以三種不同粗細程度的砂紙為接觸面，實驗結果摩擦力特粗砂紙>粗砂紙>細砂紙，摩擦力由 $f = \mu_k \times N$ 可得之，而無論使用何種接觸面，摩擦力和正向力皆成正比。
- 四、自製加速度計成功在斜面軌道上量測平行於斜面和垂直於斜面的加速度值 a_x 和 a_z ，在 10 度、30 度、50 度、70 度四種角度的斜面上，測得 x 軸數據小於理論值 $a_x = g \sin \theta$ ，而 z 軸數據大於 $a_z = g \cos \theta$ ，我們推測是因為軌道摩擦力的因素，且角度越大摩擦力越小，但整體是角度越大理論值和實際值落差越大。
- 五、將此量測系統置於電梯中，我們發現電梯中加速向下，則物體重量減少，反之增加，且起始加速度比煞車時加速度來得慢，煞車為兩段式，但不會因為上樓或下樓有差別。也發現學校電梯的運行，無論上或下幾層樓，皆為一開始加速，中間維持等速，最後減速的情況。

陸、 未來展望

- 一、電梯加速度實驗中，將不同質量的物體置於電子秤上，探討重量變化和物體質量的關係。
- 二、電梯加速度實驗中，測量高速電梯上下不同樓層數之加速度和重量變化。
- 三、改良程式使 Arduino 可以行無線傳輸。
- 四、以馬達旋轉 MPU6050 陀螺儀來測量並驗證角速度準確性。
- 五、將自製加速度/角速度計用於測量球體飛行，研究各種球路的受力狀況。

柒、 參考資料

- 一、加速度陀螺儀的介紹:<https://www.itsfun.com.tw/三軸陀螺儀/wiki-6405466>
- 二、MPU6050 的數據獲取、分析與處理:<https://www.itread01.com/content/1507437608.html>
- 三、自動報球速的棒球,第一版試作品 (Arduino, NanoWii, microSD, MPU6050):
<https://gogoprivateryan.blogspot.com/2014/09/2-arduino-nanowii-microsd-mpu6050.html>
- 四、SD card and NRF24 [SOLVED]:<https://forum.arduino.cc/index.php?topic=507086.0>

捌、附錄

一、撰寫 MPU6050 程式與數據收集：

(一) Arduino 板接完線並開啟

https://github.com/jrowberg/i2cdevlib/tree/master/Arduino/MPU6050/examples/MPU6050_raw 下載 MPU6050_raw.ino。

(二) 到 <https://github.com/jrowberg/i2cdevlib/tree/master/Arduino/MPU6050> 下載

MPU6050.cpp、MPU6050.h、MPU6050_6Axis_MotionApps20.h、MPU6050_9Axis_MotionApps41.h、helper_3dmath.h、library.json。

(三) 創立一個資料夾，並把 MPU6050.cpp、MPU6050.h、

MPU6050_6Axis_MotionApps20.h、MPU6050_9Axis_MotionApps41.h、helper_3dmath.h、library.json 及 MPU6050_raw 放入。



檔案名稱	日期	類型	大小
helper_3dmath.h	2018/11/26 下午 05:...	C Header File	7 KB
i2cdev.cpp	2018/11/26 下午 05:...	C++ Source File	58 KB
i2cdev.h	2018/11/26 下午 05:...	C Header File	13 KB
MPU6050.cpp	2018/11/26 下午 05:...	C++ Source File	129 KB
MPU6050.h	2018/11/26 下午 05:...	C Header File	45 KB
MPU6050_6Axis_MotionApps20.h	2018/11/26 下午 05:...	C Header File	42 KB
MPU6050_9Axis_MotionApps41.h	2018/11/26 下午 05:...	C Header File	49 KB
MPU6050_raw.ino	2019/2/25 下午 01:44	Arduino file	7 KB

(四) 打開 Arduino 程式編輯器並上傳檔案到 Arduino Uno 上。

(五) 開啟序列埠監控視窗(使用 38400baud)即可收集數據。

