

新竹市第三十六屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別:生活與應用科學(一)

組 別:國中組

作品名稱: 隨波逐跡 - 探討超音波感測器在冷次定律實驗的應用

關 鍵 詞:超音波感測器、加速度、冷次定律

編 號:

摘要

在傳統的冷次定律實驗中，通常只能用計時器記錄磁鐵進出鋁管的時間，得到磁鐵在鋁管中的平均加速度，極少討論到磁鐵在鋁管中的瞬時移動狀況。本實驗透過 Arduino 操作超音波感測器，首先討論超音波感測器的性質及極限。並以 Python 程式語言及 Geogebra 撰寫聲波傳播的模擬軟體，從點波源出發，觀察到波的指向性受發射的口徑和頻率影響，和遇到障礙物時有入射角等於反射角的特性，此特性與實驗結果相符。我們應用超音波能測量與物體的最短距離的特性，可在管中測出自由落體的瞬時移動軌跡，其 $x-t$ 二次曲線 R^2 為 0.9994， $v-t$ 線性曲線的 R^2 可達 0.99 以上，透過質量對自由落體 g 質測量影響的實驗結果發現質量越大所測得的加速度值越大，顯示自由落體的加速度測量值受空氣阻力影響。我們進一步將超音波感測器應用於觀測磁性物質在鋁管中墜落所受冷次定律的影響，得到其中段加速度幾乎為 0，且磁鐵數越多減速越明顯，而將磁鐵從上下垂直排列改成磁鐵放在罐子底部的平面排列，終端速率可以降為原本的 $\frac{1}{3}$ 。最後，我們開發出轉盤式與雙感測器式兩種超音波二維定位儀，其中利用轉盤式測量在半徑 50cm 以內的物體，其 $x y$ 座標誤差值可控制在 1.1cm 以內。


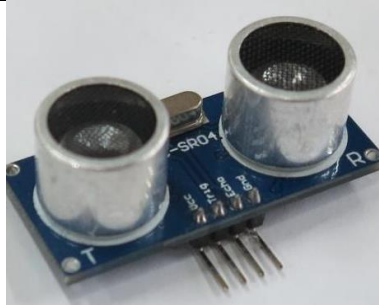
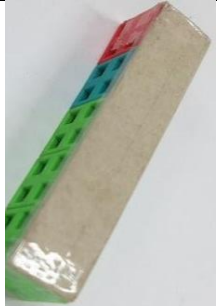
壹、研究動機

有一次上理化課時，老師教到了蝙蝠回聲定位。這個神奇的方法，讓我們想到這是否可以用來做移動物體的距離測量。上網找了一下，我們發現竟然真的有一種回聲測距的超音波感測器。我們花了一些時間研究，發現它很實用，進而做了這一個科展。

貳、研究目的

- 一、探討超音波感測器的性質及極限
- 二、Python 和 Geogebra 模擬超音波傳播
- 三、利用超音波感測器測量自由落體加速度
- 四、超音波感測器在冷次定律實驗中的應用
- 五、利用超音波感測器二維定位物體位置

參、研究設備及器材

PVC 管(內徑 44, 56, 72mm)	電子器材	電腦
Al 金屬管(內徑 45mm)	強力磁鐵	黏土
紙管(內徑 45mm)	塑膠罐子	紙板
		
Arduino	Hc-sr04 超音波感測器	待測物

肆、研究方法與過程

實驗一 探討超音波感測器的性質及極限

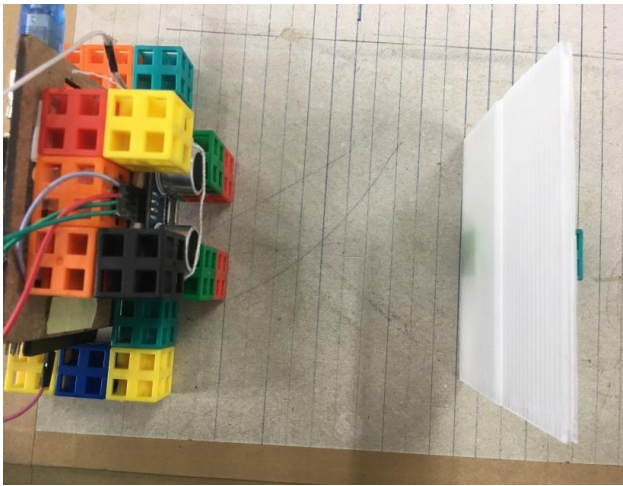
超音波感測器在生活中其實很常見，通常會被利用於自走車，這次我們想利用超音波感測器來測量物體加速度的運動，所以我們要先了解它的工作原理、精準度、測量角度。

實驗一-1 不同表面材質的物體對超音波測距的影響

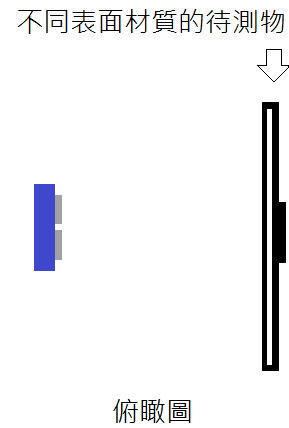
上理化課時，老師告訴過我們，當波碰到堅硬、扎實的物體時，就會有明顯的反射，但如果是碰到柔軟、疏鬆的物體，波就容易被吸收，因此設計實驗一-1 來討論物體的表面材質是否會影響超音波感測器的測距結果。

實驗步驟:

1. 製作截面為 10cm*10cm、材質分別為瓦楞板、紙、玻璃、科技泡棉表面的待測物。
2. 將待測物放在距離感測器 10cm 的地方進行測量，如 F1-1。
3. 利用 Arduino 程式驅動超音波感測器進行測距。
4. 取 100 筆數據，算出測得距離的標準差，記錄於 T1-1。



P1-1 不同表面材質對感測影響裝置



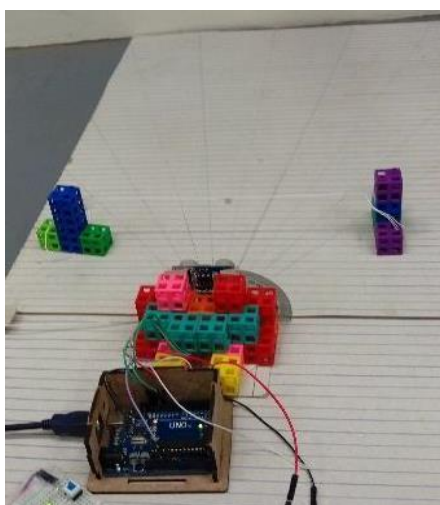
F1-1 裝置示意圖

實驗一-2 不同測量體大小對超音波感測器的影響

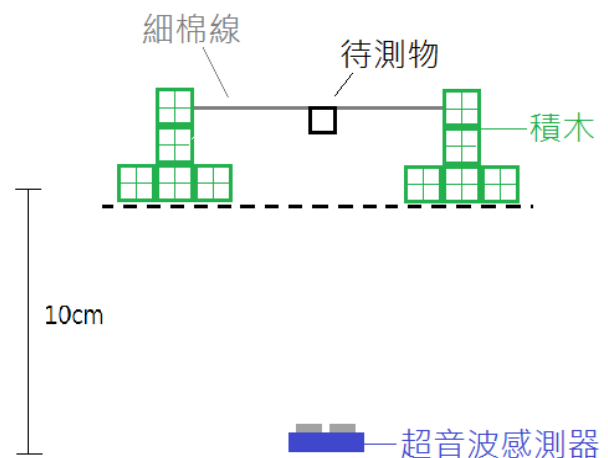
為了選擇接下來實驗待測物的大小，我們將不同的大小的紙片放在感測器前，找到超音波最小的可測面積。

實驗步驟:

1. 準備四個不同面積大小的待測物(分別為 $0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm}$ 、 $0.8\text{cm} \times 0.8\text{cm}$ 、 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 、 $2\text{cm} \times 2\text{cm}$)、一條細棉線(超音波感測器無法偵測)及感測組(超音波感測器+Arduino)。
2. 將 $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ 的待測物固定於棉線中央，並將棉線兩端固定於兩側積木上，懸於距桌面 5cm 高之處(與感測器同高)。
3. 將固定好的待測物置於距超音波感測器 10cm 的中線上，實驗裝置如 F1-2 所示。
4. 觀察感測器所得的數據，若約為 10cm ，則判斷為可測物體，將 100 筆數據的標準差紀錄於 T1-2。
5. 更換其他待測物面積大小，並且重複步驟 2 到步驟 4。



P1-2 可測的最小物體面積裝置



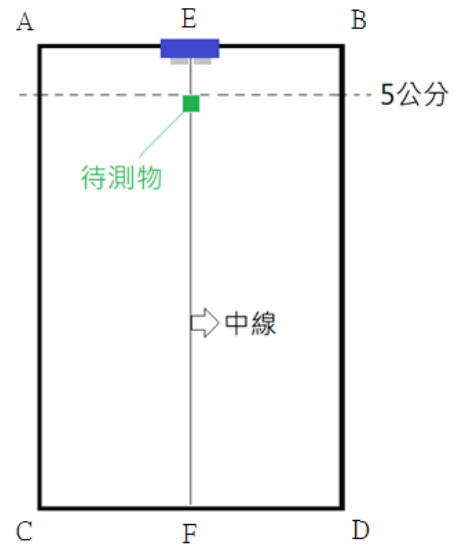
F1-2 裝置示意圖

實驗一-3 探討超音波感測器的感測範圍

因為我們將利用超音波感測器，追蹤運動物體的移動軌跡，因此需要了解超音波感測器的感測範圍。



P1-3 超音波感測範圍裝置



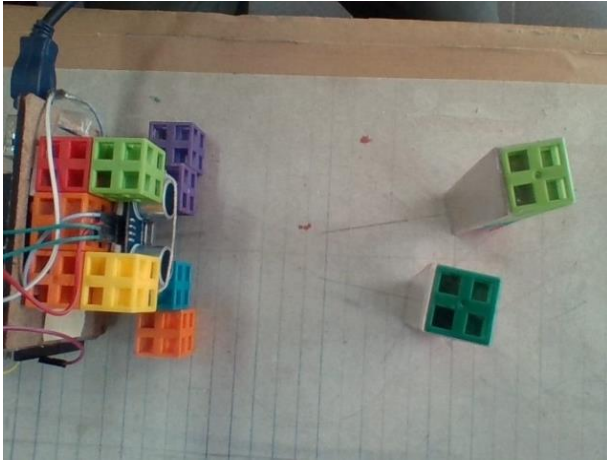
F1-3 超音波感測範圍裝置示意圖

實驗步驟:

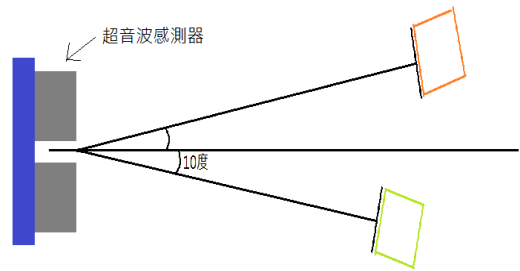
1. 準備一個超音波感測器(本實驗選擇型號為 Hc-sr04 的超音波感測器)、一組 Arduino UNO、一張 36.5cm*105cm(105 格，每格 1cm)的紙板及一個 2cm*2cm*10cm 的待測物，利用 Arduino 將超音波感測器啟動。
2. 將超音波感測器置於 AB 邊的中點位置，如 F1-3 所示。
3. 將 AB 邊和 CD 邊終點連接，在感測區域畫一條中線，使其分為左右兩邊，如 F1-3 所示。
4. 將待測物置於感測器 5cm 前的中線上，沿著橫線往左右兩側移動，直到感測器無法測到待測物為止，記錄兩側離中線距離。
5. 使待測物沿中線往 F 的方向每移動 1cm 距離，重複步驟 4 的測量，直到距離感測器 100cm 處。
6. 畫出超音波感測器的感測範圍，實驗結果記錄於 F1-6。

實驗一-4 探討超音波感測器物體選擇特性

在實驗中，感測器遠處通常還有別物體，但是得到的結果卻只有一個。我們將探討超音波感測器選擇物體的選擇特性。



P1-4 物體選擇特性裝置



F1-4 物體選擇特性裝置示意圖

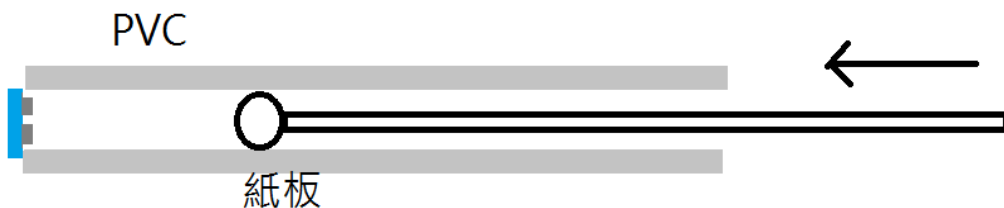
實驗步驟:

1. 準備 2 個 2x2x10 的待測物。
2. 將兩個待測物分別置於中央往兩側 10° 的延長線上，10cm 和 12cm 處,如 F1-4 所示。
3. 觀察超音波感測器在不同管壁材質內的準確度，將結果記錄於 T1-3。

實驗一-5 不同測量管子對超音波感測器的影響

大部分的人認為，超音波感測器只能在一個開放的空間運作。這也像我們一開始想的一樣:波打到管壁時，會反彈回到感測器，所以超音波感測器無法一個封閉的管子運作。自這一個實驗中，我們卻發現管子並不影響超音波測距，這個發現有助於我們繼續進行以後的實驗。由於超音波會在管內反射，隨著管徑大小、材質，都可能會影響準確度，我們也做了相關的實驗。

實驗一-5-1 不同管徑內的量測準確度



F1-5 不同管徑對感測的影響裝置

實驗步驟:

1. 準備三個長 30cm 不同管徑的 PVC 管(管內徑分別為 72mm、56mm、44mm)、三個不同面積大小(可放進管內)的圓形紙板(直徑分別為 72mm、56mm、44mm)、2cm*2cm*2cm 的積木及感測組。
2. 將紙板固定於積木上，一次增加一格積木(2cm 測一次)，如 F1-5 所示。

3. 觀察超音波感測器在不同管徑內測量，將結果記錄於 F1-7。

實驗一-5-2 不同管壁材質內的量測準確度

實驗步驟:

1. 使用 實驗 1-5-1 之量測方法，將三個 PVC 管改成相同管徑(45mm)的鋁管和紙管。
2. 觀察超音波感測器在不同管壁材質內測量，將結果記錄於 F1-8。

實驗結果:

實驗一-1 不同表面材質的物體對超音波感測器測距的影響

材質	瓦楞板	紙	玻璃	科技泡棉
標準差	0.051232	0.051081	0.053855	無法測到

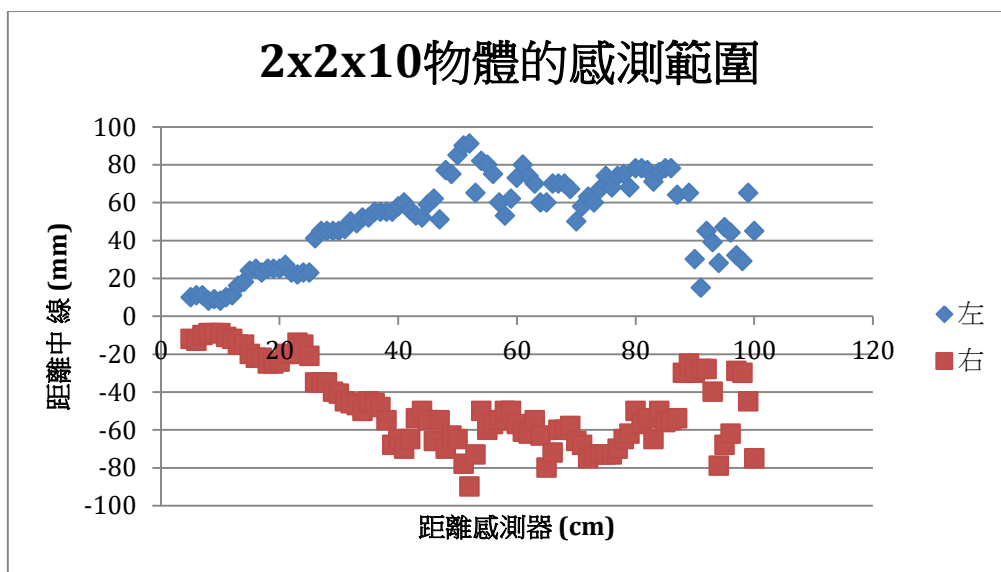
T1-1 不同測量物體材質之標準差

實驗一-2 不同測量體大小對超音波感測器的影響

待測體表面積(cm ²)	0.5x0.5	0.8x0.8	1x1	2x2
是否可測	否	否	是	是

T1-2 超音波可測大小

實驗一-3 探討超音波感測器的感測範圍



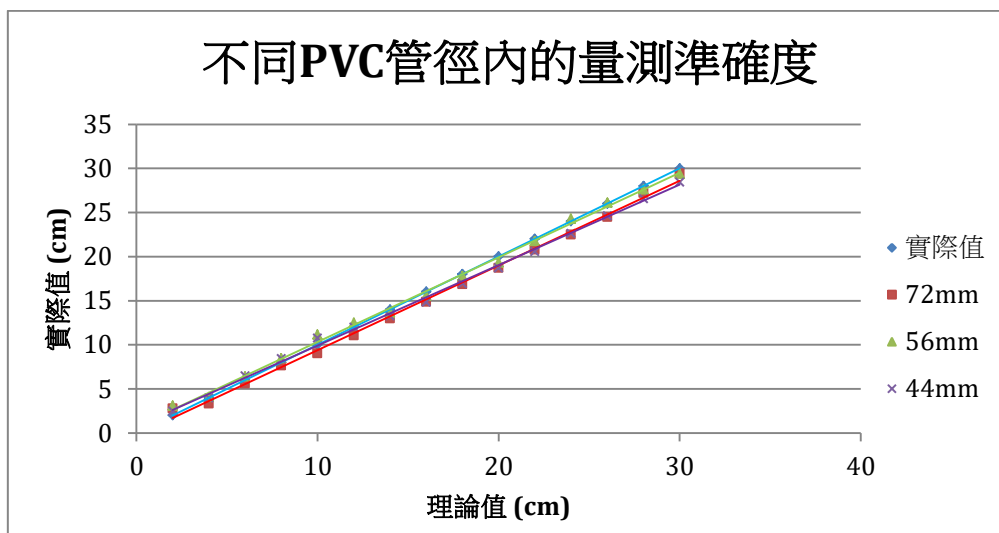
F1-6 超音波感測範圍

實驗一-4 探討超音波感測器物體選擇特性

測量數據 cm			平均值 cm
1	2	3	
10.11	10.10	10.12	10.11

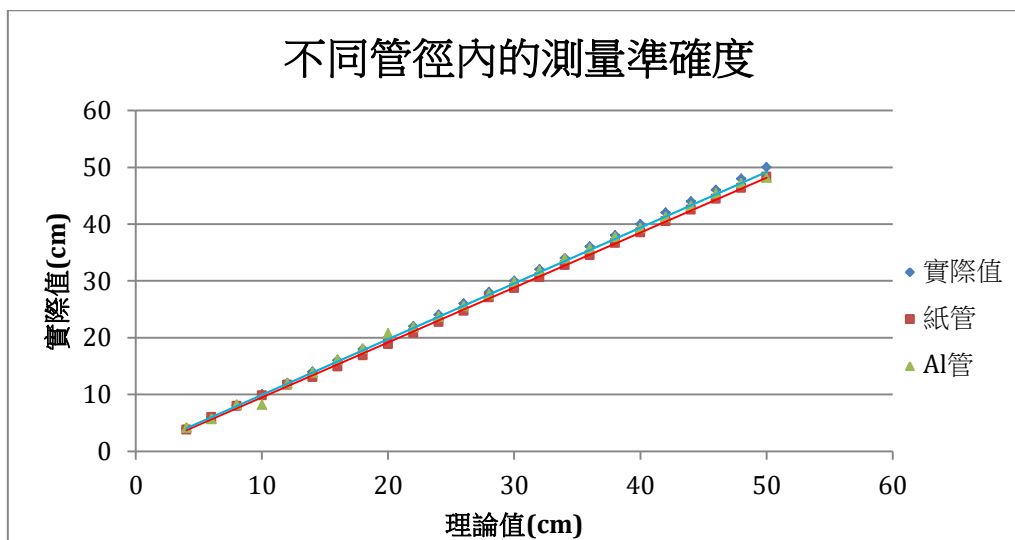
T1-3 超音波感測器物體選擇特性

實驗一-5-1 不同 PVC 管徑內的量測準確度



F1-7 不同管子材質的測量準確度

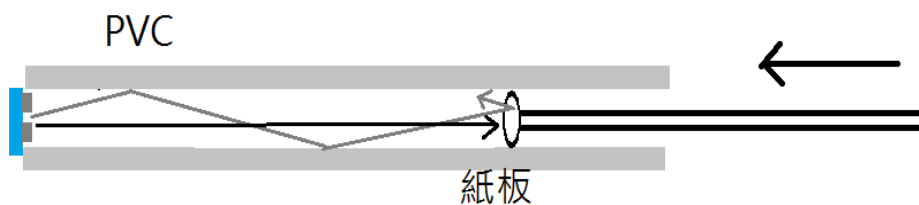
實驗一-5-2 不同管壁材質內的量測準確度



F1-8 不同管壁材質內的量測準確度

討論與分析:

1. 在實驗一-1，記錄不同測量物體材質的偵測標準差之後，發現不同物體材質並不會影響感測的精準度，如 T1-1 所示。我們認為紙、瓦楞板、玻璃都是很平坦的的反射面，波都可以反彈。而科技泡棉因為太多孔洞，波都被海綿吸收了，所以無法被偵測到。
2. 在實驗一-2，由 T1-2，所示 Hc-sr04 最小的可測物體為 1cm x 1cm 的紙板，而且須放在感測器的中間。我們認為是因為大小 0.8 x 0.8 以下的反射波太微弱，接收器偵測不到，而較大的物體反射波較強，所以感測器比較有機會接受到反射波。
3. 在實驗一-3，在探討超音波感測器的感測範圍實驗中，如 F1-6 所示，超音波感測器的感測範圍和我們預期的有點不一樣，本來預期的是一個無限擴張的感測範圍，但測量後發現，超音波的感測範圍是個扇形，而且過了 90 公分後，感測範圍越來越小越不穩定。可見超音波感測器對 2x2x10 大小物體在約 1 公尺處，感測範圍較小，推測是因為周圍的波已經發散掉了，導致無法回傳。
4. 在實驗一-4，感測器前放距離感測器 10cm 與 12cm 兩物體，結果如 T1-3 所示，測量平均為 10.11cm。我們發現當超音波感測器前有多個物體，感測器會取最短的距離，也就是最先回到感測器的波。這樣可以避免感測器讀到遠處的障礙物，只會取最短距離的物體。
5. 在實驗一-5，由 F1-7 與 F1-8 得知，我們發現管子並超音波不影響測距。我們認為是聲波在管中會反射，而管中的直線距離就是最短距離，如 F1-10 所示。由實驗一-4 可知，因為感測器是利用的第一個回到的波感測器來計算距離，所以才偵測管中的物體。

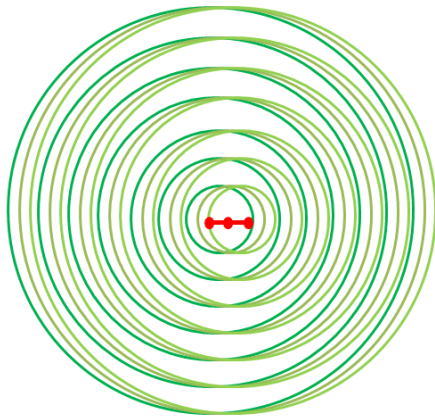


F1-9 超音波管中反射示意圖

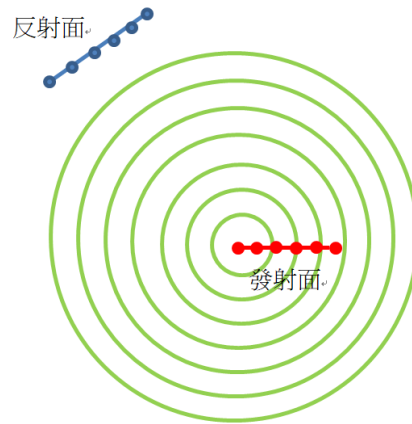
不同的管壁只有微影響量測精準度，鋁管偏差 2%，而紙管偏差 4%。管徑 72mm,56mm,44mm 分別偏差 4%,4%,8%，當管徑很小時，測量值才會被影響。管徑或管壁材質並不會影響平行於管子的波。

實驗二 Python 和 Geogebra 模擬超音波傳播

為了更了解聲波傳播的特性，我們利用了多種繪圖程式，自行開發可以出模擬了聲波發射及反彈路徑的工具。



F2-1 Geogebra 聲波模擬



F2-2 Python 聲波模擬

實驗二-1 Geogebra 模擬超音波指向角

實驗步驟:

1. 將發射平面上每一點都當點波源，畫出超音波感測器運作的 40kHz 其 8 個脈衝波的所有波前，如 F2-1 所示。
2. 將結果紀錄於 F2-3。

實驗二-2 Python 模擬超音波完整傳波路徑

實驗步驟:

1. 將發射平面上每一點都當點波源，畫出超音波感測器運作的 40kHz 其 8 個脈衝波的所有波前。
2. 分別計算出發射面上每一點到反射面上每一點所需的時間 t_w ，如 F2-2 所示，也就是撞到反射面所需的時間。
3. 將 t_w 減去要顯示的時間 t ，當作已經碰到反射面多少時間，以 $t_w - t$ 為半徑在反射面上的點畫圓，其為反射波的波前。
4. 將不同時間點的聲波圖形紀錄於 T2-1。

實驗二-3 Python 模擬頻率與發射口徑對指向角的影響

實驗步驟:

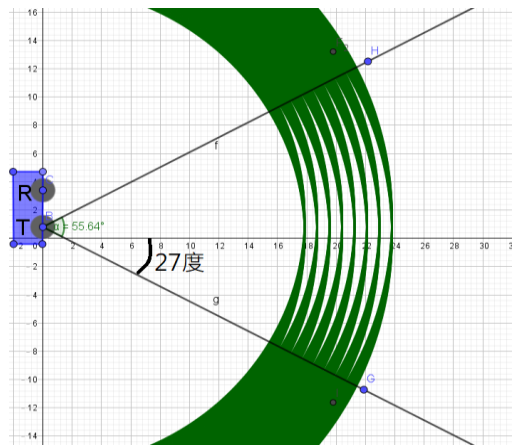
1. 利用實驗二-2 之實驗步驟 1~3。
2. 將頻率從 40k Hz 改成 20k，將發射口徑由 1.6cm 改成 0.8cm。
3. 將聲波圖形紀錄於 T2-2。

實驗二-4 Python 模擬超音波反射面移動

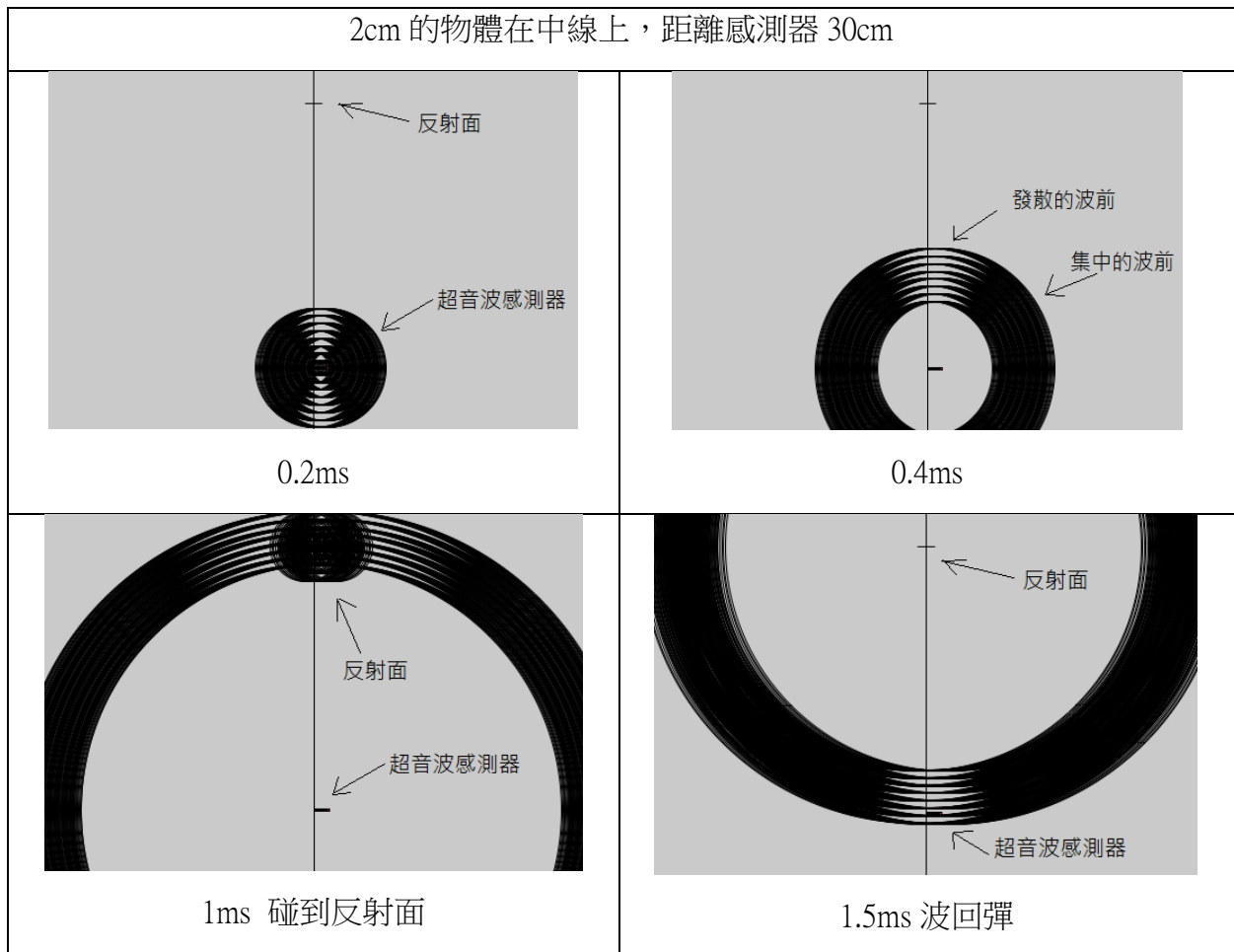
實驗步驟:

1. 利用實驗二-2 之實驗步驟 1~3。
2. 將物體移置中線以左 5cm 處，距離感測器 30cm，並旋轉 11.3 度。
3. 將聲波圖形紀錄於 T2-3。

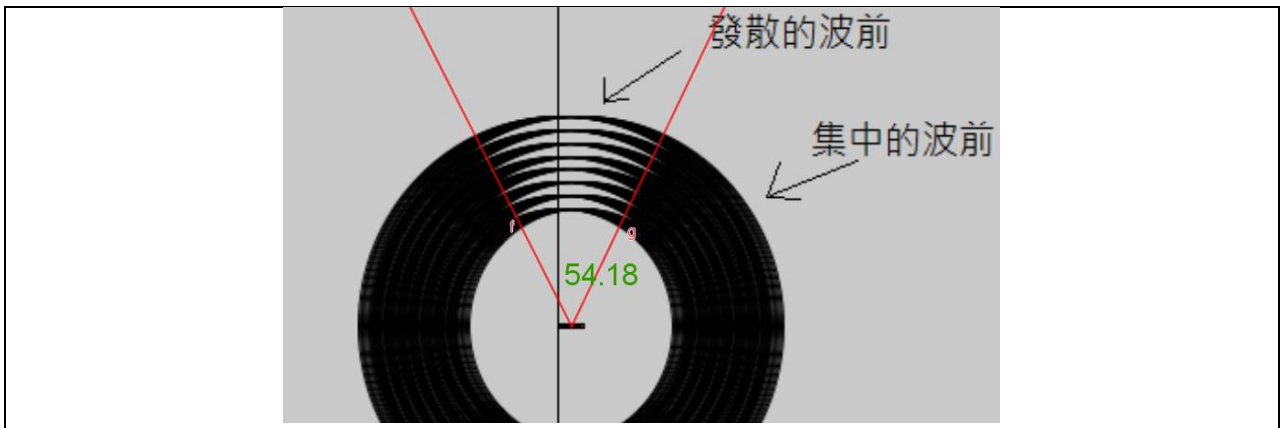
實驗結果:



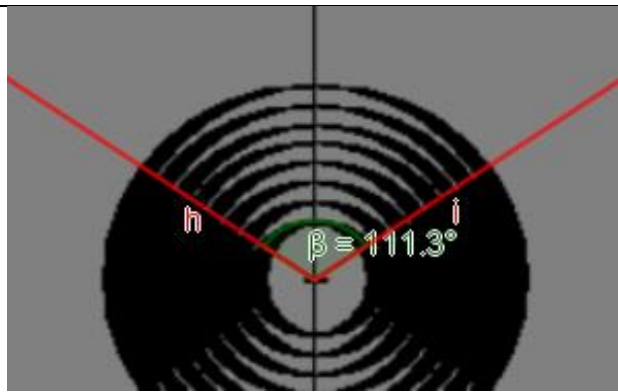
F2-3 Geogebra 模擬超音波感測範圍



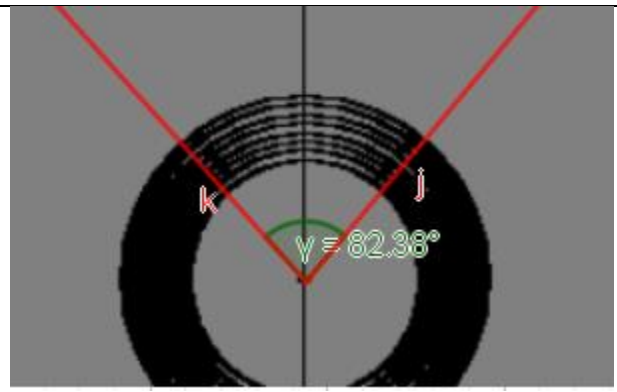
T2-1 python 模擬



40k 發射口徑 1.6cm



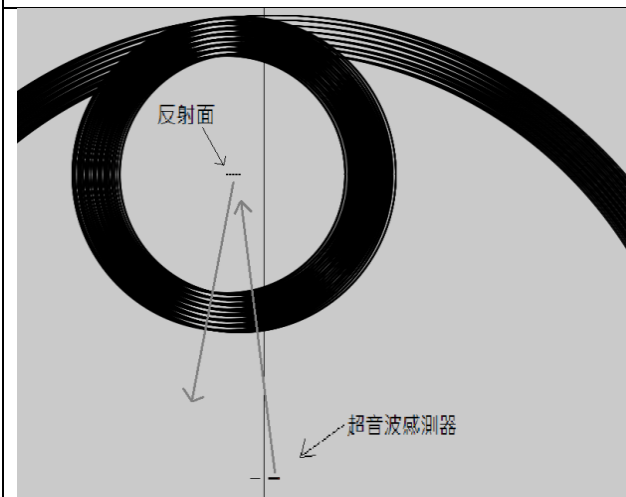
20k 發射口徑 1.6cm



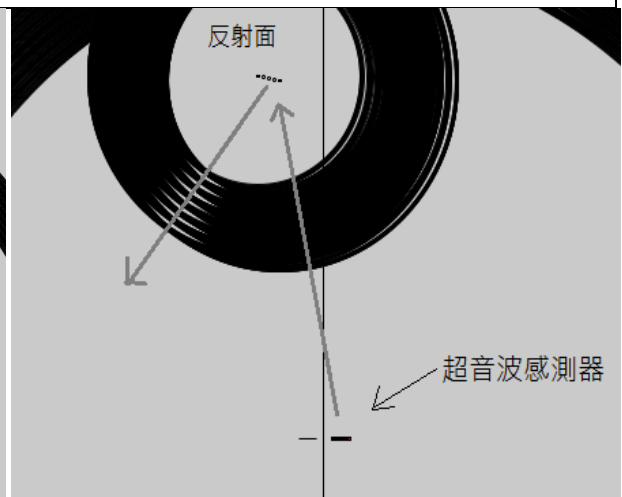
40k 發射口徑 0.8cm

T2-2 python 模擬

2cm 的物體在中線以左 5cm 處，距離感測器 30cm



未旋轉



順時針旋轉 11.3°



T2-3 Python 模擬

1. 我們利用 Geogebra 的點波源模擬，發現超音波有個指向角。由 F2-3 可知，上下兩端的波前已經模糊，而中央的波前還是集中的，反彈回感測器時還是可以被偵測出來。
2. 利用 Python，我們成功的模擬出反射波，並發現反射波也有指向角，如 F2-3 所示。超音波於 1ms 碰觸到反射面，1.5ms 回到感測器。
3. 如果將頻率減少為 10k，指向角會由原本的 54° 變為 81° 。將發射平面由 1.6cm 縮小成 0.8cm，指向角會變為 111° 。如果要增加超音波的指向角，那就要減少超音波的頻率和發射口徑大小。
4. 我們可以成功改變反射面的位置和反射面的角度，發現模擬的結果是符合入射角等於反射角的。利用這一個程式模擬感測夾角左右各 5.7° 和我們由實驗 1-1 回推的右: 4.9° 左: 5.2° 是相符的，如 T2-3。我們又用 Python 模擬做到將反射面 順時針旋轉，我們發現反射波的方向會更向左偏，表示物體旋轉可能會影響聲波的傳播路徑。我們開發的這套工具可模擬大量有關波的實驗，而且準確度非常高。

實驗三 利用超音波感測器測量自由落體加速度

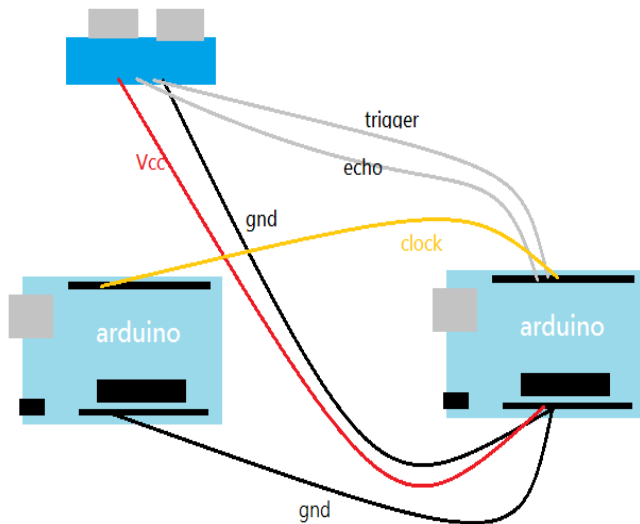
一般自由落體實驗通常是利用光電閘取得物體經光電閘的時間，但這樣的實驗缺點是，他只能取得固定位置的時間，計算所得的平均速度、平均加速度、 Δt 範圍較大，而超音波感測器有機會較精確地取得物體移動的 x-t 圖、v-t 圖。在這一個實驗中，我們測量了不同質量的物體加速度。

實驗三 裝置及步驟

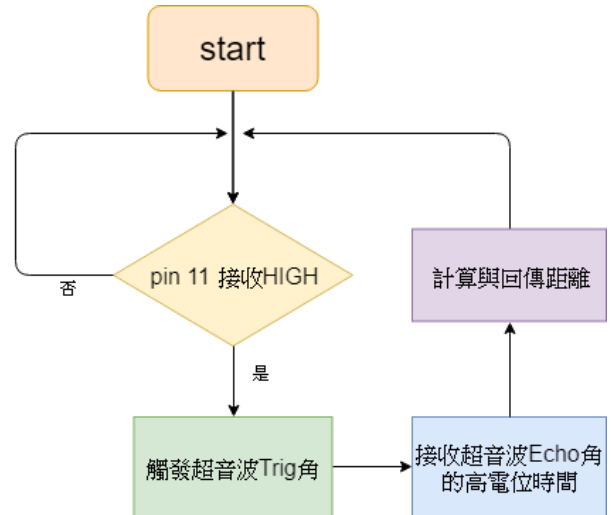
實驗三 設備&器材		
黏土	Arduino	超音波感測器
 <p>罐子(底面積 7.6cm^2)</p>	 <p>罐子(底面積 3.8cm^2)</p>	<p>鋁管(內徑 45mm，長 1m)</p>

T3-1 實驗三器材

實驗裝置設計:



F3-1 超音波接線圖



F3-2 超音波程式流程圖

1. 超音波感測器感測原理

超音波感測器是由 Vcc(+5V), Gnd(接地), Trig(觸發), Echo(回傳)。將 Trig 輸入 10us 的高電位，Echo 就會傳回從發射到接收超音波，所經過時間的高電位，再用這段時間推算出物體離感測器的距離。

2. 本實驗的裝置設計

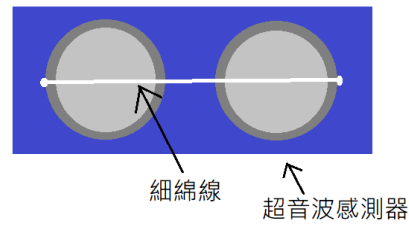
因為距離越遠回傳數據的時間就會越長，所以無法用單純等待幾秒的指令。我們取兩塊 Arduino 板，將兩台分別定為主板和副板。將主板連上超音波感測器，再將用副板以每固定的時間觸發主板，這段時間我們稱為取樣速率。因為副板沒有其他要執行的程式，所以可以精準的在一固定的時間觸發主板。

實驗三-1 探討不同取樣速率對自由落體速率曲線關聯性

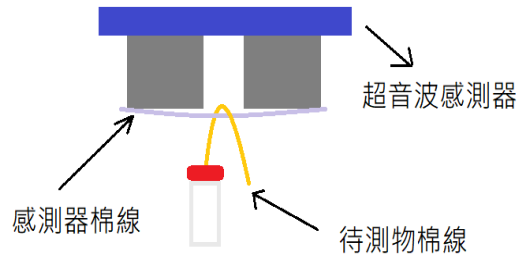
為了自由落體實驗，我們首先要了解取樣速率是否會影響實驗的準確度，而哪一個取樣速率最適合這個實驗?我們改變了取樣速率，觀察了速率曲線關聯性的 R^2 值。



P3-1 自由落體實驗裝置



F3-3 中央綿線示意圖



F3-4 中央綿線示意圖

實驗步驟:

1. 將一條超音波感測器無法偵測到的細綿線兩端，分別固定於感測器的接收角和發射角兩側，如 F3-3 所示。
2. 將超音波感測器與 Arduino 放在管子下方。
3. 將黏土塞入底面積 7.6cm^2 的罐子裡，使其質量為 20g 。
4. 將罐子上方黏上棉線，並穿過感測器中央的細棉線，如 F3-4 所示。
5. 待測物由距離感測器 5cm 的地方自由落下。
6. 用超音波感測器追蹤待測物掉落時每單位時間的距離位置。
7. 改變超音感測器的取樣速率為 50ms 65ms 80ms ，取 5 筆數據，並將速率曲線的 R^2 值及 $v-t$ 曲線結果記錄於 T3-2、F3-5、F3-6。

實驗三-2 不同質量物體對自由落體加速度的影響

為了探討質量對物體加速度的關係，設計了以下的實驗，分別利用三種不同質量的待測物來觀察加速度的差別。

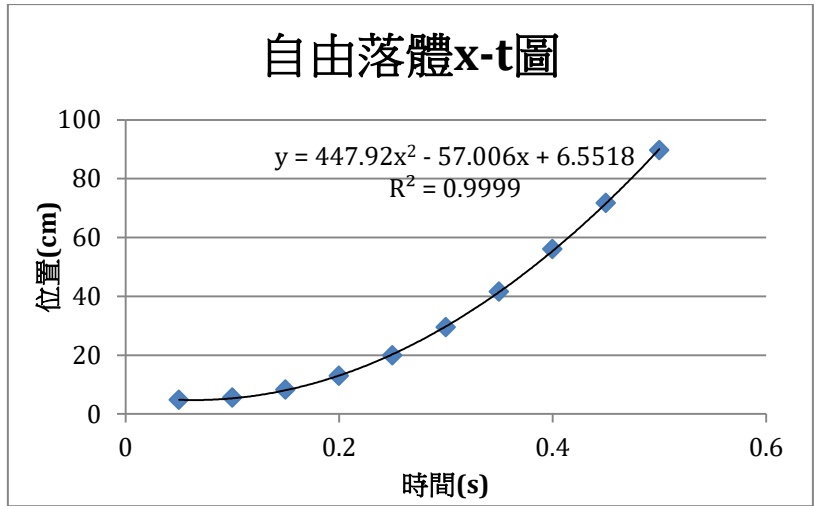
實驗步驟:

1. 將一條超音波感測器無法偵測到的細綿線兩端，分別固定於感測器的接收角和發射角兩側，如 F3-3 所示。
2. 將超音波感測器與 Arduino 放在管子下方。
3. 將黏土塞入底面積 7.6cm^2 的罐子裡，使其質量分別為 10g 、 20g 、 30g 。
4. 將罐子上方黏上棉線，並穿過感測器中央的細棉線，如 F3-4 所示。
5. 待測物由距離感測器 5cm 的地方自由落下。

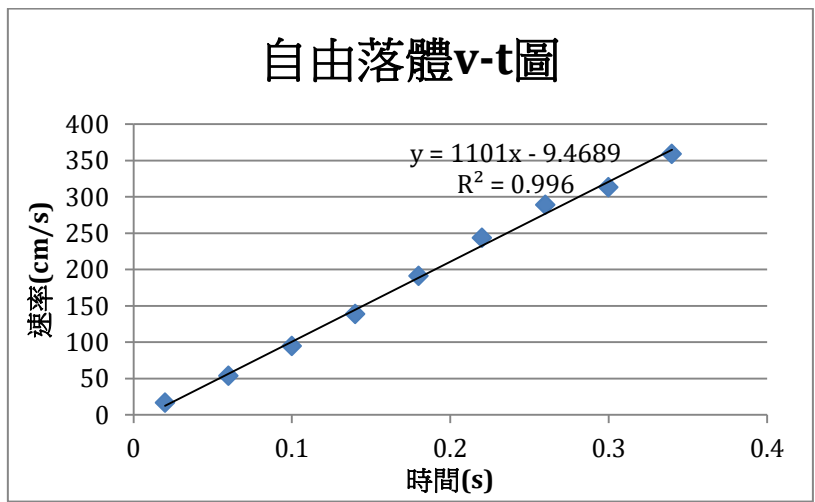
6. 用超音波感測器追蹤待測物掉落時每 50ms 的距離位置，並將加速度記錄於 T3-3。

實驗結果:

實驗三-1 探討不同取樣速率對自由落體速率曲線關聯性



F3-5 自由落體 x-t 圖



F3-6 自由落體 v-t 圖

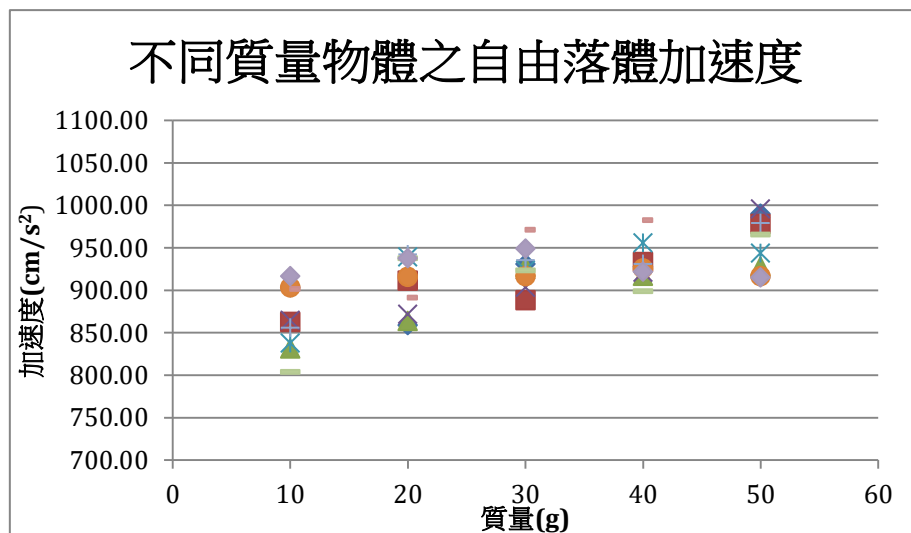
取樣速率 (ms/次)	R ² 值				
	1	2	3	4	5
50	0.9977	0.9918	0.9946	0.9904	0.9926
65	0.9986	0.9968	0.9954	0.9923	0.9891
80	0.9889	1	0.9741	0.9959	0.9997

T3-2 取樣速率對自由落體速率曲線關聯性

實驗三-2 不同質量物體對自由落體加速度的影響

質量	10g	20g	30g	40g	50g
加速度 cm/s^2	868.19	907.08	927.03	941.84	957.01

T3-3 不同質量物體之自由落體加速度



F3-7 不同質量物體之自由落體加速度

討論與分析:

1. 由實驗三-1 的數據發現， $x-t$ 曲線為二次曲線，而 $v-t$ 曲線呈正比，其中 $x-t$ 曲線 R^2 皆可達 0.9994 以上。如 T3-2 所示，取樣速率並不會影響速度曲線的關聯程度，我們也發現 $v-t$ 曲線的 R^2 大部分都可以達 0.99 以上。這代表超音波測距的精準度相當高，就算時兩次取樣時間差變小，但是仍能有高的 R^2 值。
2. 由實驗三-2 可以觀察到，50g 待測物的自由落體加速度比 10g 待測物的自由落體加速度還要快，且加速度增加的程度慢慢變小，如 F3-5 所示。我們推測造成此現象的原因為：當 m 變大， $\frac{f}{m}$ 就慢慢逼近 0，所以加速度增加逼近重力加速度。

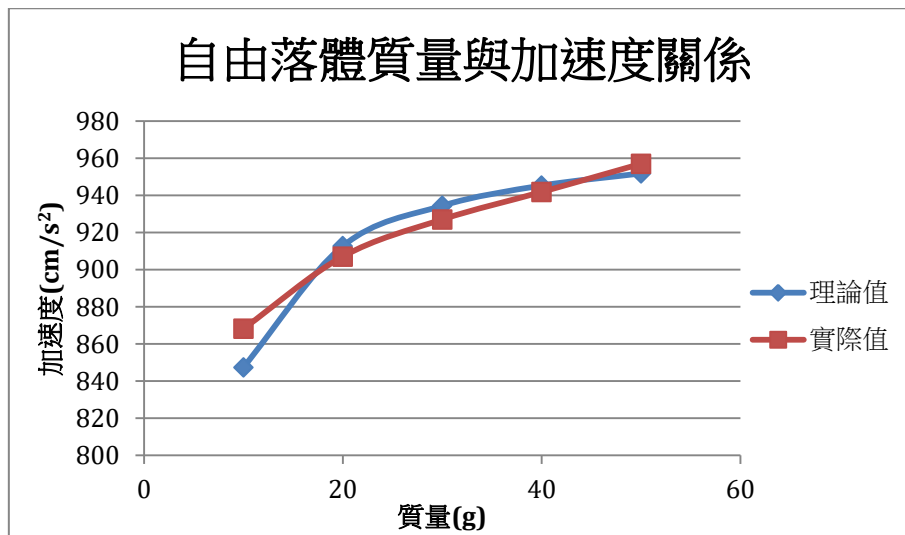
$$ma = mg - f$$

兩邊同時除以 m 得:

$$a = g - \frac{f}{m}$$

(a 為加速度、 g 為的重力加速度、 f 為風阻、 m 為物體質量)

3. 將數據比對國家重力測站的重力加速度值，當天 g 值約 977.9cm/s^2 ，我們的數據較小顯示自由落體的加速度測量值受空氣阻力影響。我們將 5 筆實驗加速度以重力測站的 g 值算出平均阻力，再將這個平均阻力帶入 $a = g - \frac{f}{m}$ ，畫成 a 對 m 的曲線當理論值，發現曲線逼近一個定值的趨勢和我們的實驗結果相符，如 F3-8 所示。



F3-8 自由落體質量與加速度關係

實驗四 超音波感測器在冷次定律實驗中的應用

在冷次定律實驗中磁鐵在鋁管落下的過程中，受電磁感應的影響而產生減速的現象，但傳統的計時裝置大部分只能掌握物體出鋁管的時間，因此我們只知道不同變因對磁鐵在鋁管中平均運動狀況的影響，但由實驗三結果顯示，超音波感測器能有效追蹤、記錄管中運動的物體，因此本實驗我們將探討超音波感測器在冷次定律實驗的應用。

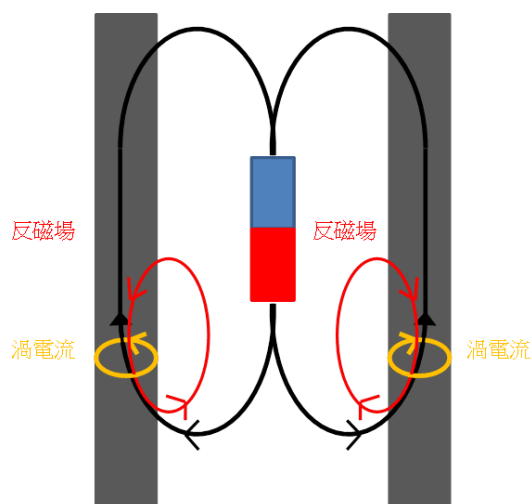
裝置及步驟:

實驗四 設備&器材		
超強力磁鐵	超音波感測器	Arduino
罐子(底面積 7.6cm ²)	罐子(底面積 8.6cm ²)	鋁管(內徑 45mm，長 1m)

T4-1 實驗四器材

實驗原理:

1. 冷次定律的原理是一個磁性物質靠近一個導電物質，磁性物質會在導電物質內產生感應電流，進而產生一個和磁性物體磁性方向相反的磁場，如 F4-1 所示。



F4-1 楞次定律示意圖

實驗四-1 不同磁鐵數量的速度曲線與終端速率

我們將在此實驗探討磁鐵數量變多，造成的減速程度是否會相同。



P4-1 磁鐵



P4-2 磁鐵掉落物



F4-2 平面排列掉落物

實驗步驟:

1. 將一條超音波感測器無法偵測到的細綿線兩端，分別固定於感測器的接收角和發射角兩側，如 F3-3 所示。
2. 將超音波感測器與 Arduino 放在管子上方。
3. 將一個底面積 7.6cm^2 的塑膠罐子分別裝 4、5、6 顆強力磁鐵，如 P4-2 所示，並放在距離發射器 5cm 處。
4. 將罐子上方黏上棉線，並穿過感測器中央的細棉線，如 F3-4 所示。
5. 以 50ms 為取樣速率，紀錄速度曲線及磁鐵終端速率(磁鐵通過鋁管 90cm 時的速率)於 F4-3、F4-4、T4-2。

實驗四-2 不同磁鐵排列的終端速率

在這實驗中，我們探討磁鐵數量固定時，磁鐵上下直線排列和左右的平面排列之速度曲線

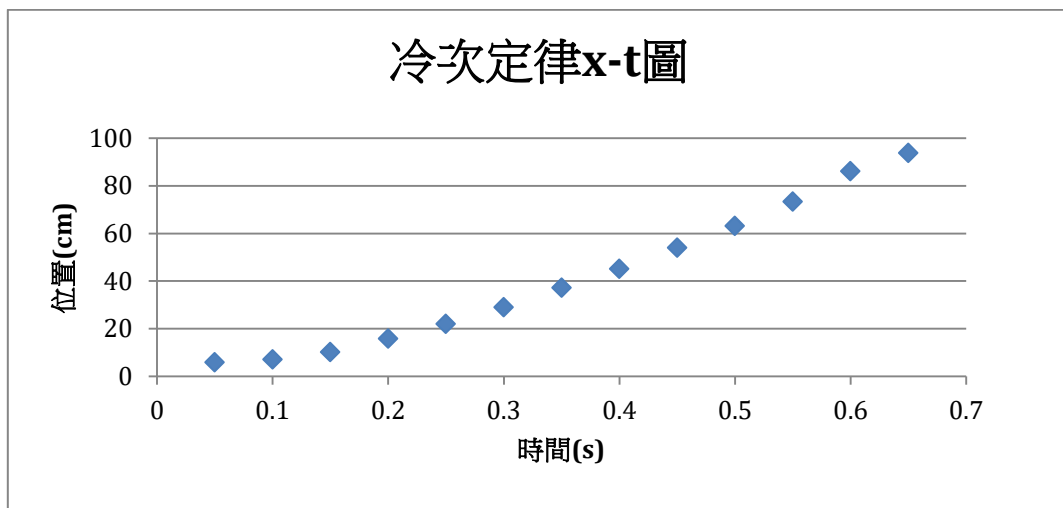
與終端速率變化。

實驗步驟:

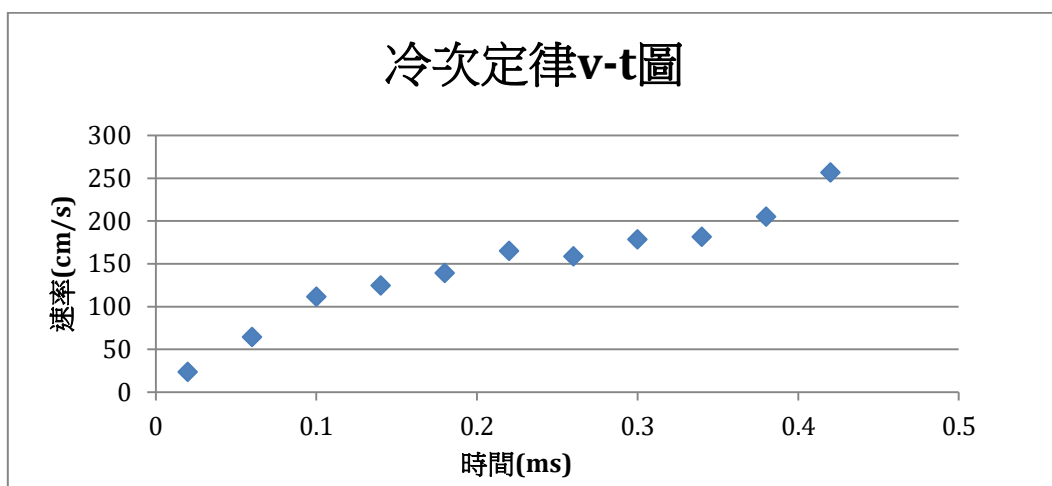
1. 將一條超音波感測器無法偵測到的細綿線兩端，分別固定於感測器的接收角和發射角兩側，如 F3-3 所示。
2. 將超音波感測器與 Arduino 放在管子上方。
3. 將一個底面積 8.6mm 塑膠罐子放入 4 顆磁鐵，分別以上下直線排列和平面排列放入管子(磁極方向相同)，如 F4-2 所示
4. 將罐子上方黏上棉線，並穿過感測器中央的細棉線，如 F3-4 所示。
5. 以 50ms 為取樣速率，記錄速度曲線及磁鐵終端速率(磁鐵通過鋁管 90cm 時的速率) 於 F4-6 及 T4-3。

實驗結果:

實驗四-1 不同磁鐵數量的速度曲線與終端速率



F4-3 冷次定律 x-t 曲線

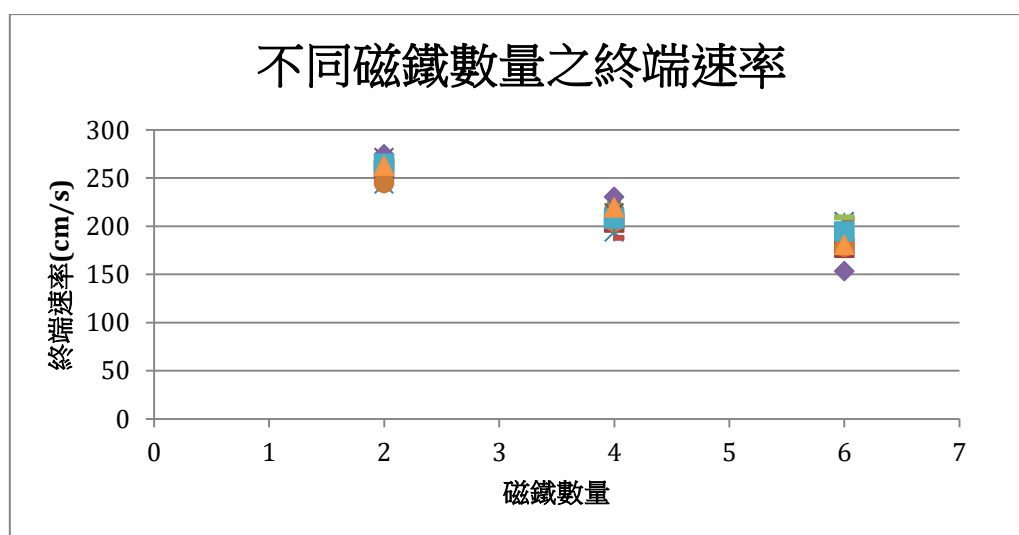


F4-4 冷次定律 v-t 曲線

終端速率(90cm)

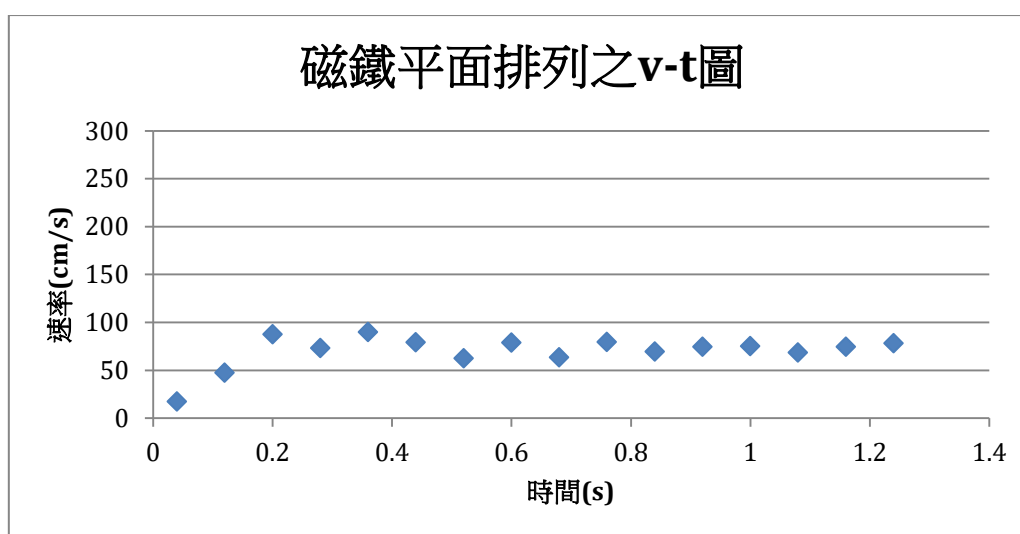
磁鐵數量	終端速率 cm/s										平均值 cm/s
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	257.98	258.5	261.24	271.17	243.45	244.86	273.27	267.91	261.35	274.29	261.40
5	204.79	203.62	227.45	213.51	193.67	204.38	202.43	187.78	207.31	230.36	207.53
6	192.23	177.4	183.87	204.54	203.99	178.80	202.43	207.35	208.89	153.31	191.28

T4-2 不同磁鐵數之終端速率



F4-5 不同磁鐵數量之終端速率

實驗三-2 不同磁鐵排列的終端速率



F4-6 磁鐵平面排列之 v-t 圖

排列方式	實驗次數										平均值 cm/s
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
平面排列	69.25	71.13	78.88	64.88	85.50	77.12	69.25	62.62	65.88	65.13	70.96
垂直排列	213.63	203.75	189.13	211.00	191.63	198.75	212.38	210.50	210.75	207.63	204.91

T4-3 不同磁鐵排列的終端速率

實驗討論:

1. 在實驗四-1 中，經由 F4-3 與 F4-4 發現，x-t 圖其實看不太出來冷次定律，但是實驗 v-t 圖卻有明顯的規律。我們發現磁鐵在鋁管上段是接近自由落體移動，20~80cm 時呈現等速度運動，後段則恢復自由落體。我們認為，磁鐵在鋁管上段和下段時，因為磁力線未完全進入管子，冷次定律較不明顯。而磁鐵通過中央時，受冷次定律的磁力減速，而呈現幾乎沒有加速度的情況。

我們將不同數量的磁鐵投入管中，經由 F4-5 發現，磁鐵數量越多，終端速率越慢。這和我們本來認為磁鐵數變 n 倍，質量、冷次定律向上力皆變 n 倍，終端速率與磁鐵數無關不相同。(F_↓代表單位磁鐵數受地球引力所產生的向下力，F_↑代表單位磁鐵受冷次定律影響產生的向上力)。

$$a = \frac{F_{\downarrow} - F_{\uparrow}}{m}$$

$$a = \frac{nF_{\downarrow} - nF_{\uparrow}}{nm}$$

我們覺得磁鐵數變 n 倍時，F_↑不只變 n 倍，因為磁鐵通過管子時產生了的感應電流的強度和磁鐵的磁力成正比，但是當這一個感應電流產生反向磁場時，這個磁場和原本的磁鐵產生排斥力，而如果磁鐵磁力越強，那麼排斥力就會越大，等於放大了兩次。用公式舉例來講，如果用一顆磁鐵受重力吸引的力為 F_↓，受冷次定律的抵抗力為 F_↑，磁鐵質量為 m (罐子質量輕，不考慮)，此兩力作用於磁鐵產生的加速度為 a。

那麼如果換成是四顆磁鐵，F_↓變成 4 倍，F_↑卻變成 16 倍，而 m 變為 4 倍，重新計算後就可得知磁鐵數越多，加速度越小，進而影響到終端速率。

$$a = \frac{4F_{\downarrow} - 16F_{\uparrow}}{4m}$$

$$a = \frac{F_{\downarrow} - 4F_{\uparrow}}{m}$$

2. 在實驗四-2 中，經由 F4-6 之 v-t 圖發現，平面排列的磁鐵掉落物進管子後不久就呈等加速運動，這應該是因為平行排列比較靠近桿子，所以冷次定律比較垂直排列的還要明顯。經由終端速率發現，平行感測的 71 cm/s 明顯比垂直排列的 204cm/s 終端速率慢。

實驗五 利用超音波感測器定位物體位置

實驗五 裝置及步驟:

實驗五 設備&器材			
超音波感測器	Arduino	SG-90 伺服馬達	圓盤(半徑 8cm)

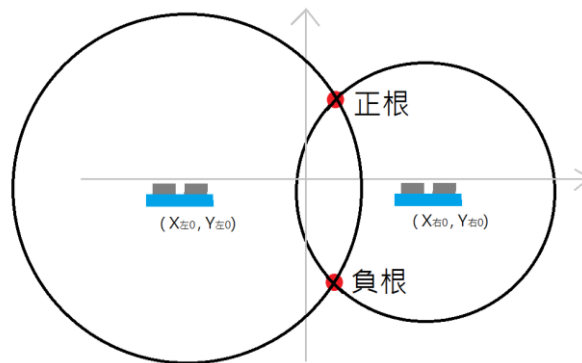
T5-1 裝置及步驟

實驗五-1 二維定位

超音波感測器通常只用在一維定位，而我們希望做出二維的定位。這一種設計可以記錄一個物體在一個平面的移動軌跡。我們做出了兩種設計，分別是雙感測器式和轉盤式。

實驗裝置與原理:

雙感測器式(設計 A):



F5-1 雙感測器型二維定位示意圖

1. 利用兩台感測器，以各讀到的距離畫圓，如圖 F5-1。圓的方程式為

$$(x_{左} - x_{左0})^2 + (y_{左} - y_{左0})^2 = r_{左}^2$$

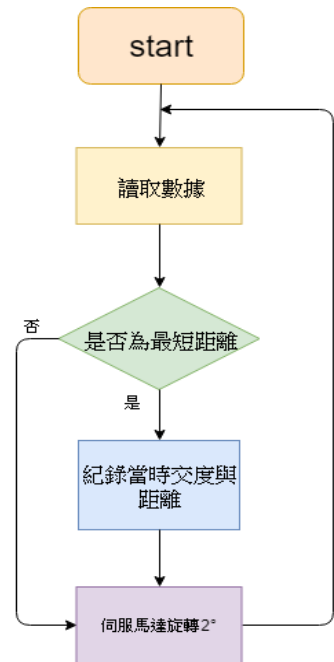
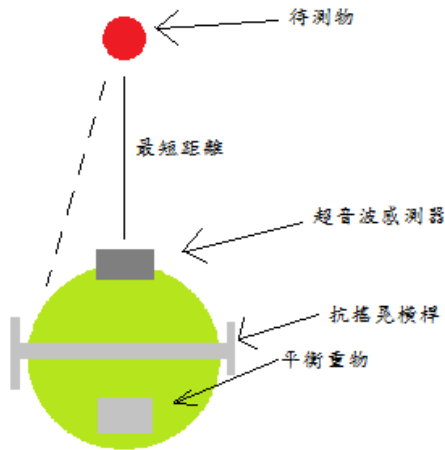
化簡後

$$y_{左} = \pm \sqrt{r_{左}^2 - (x_{左} - x_{左0})^2} - y_{左0}$$

2. 因為負根在後，所以不取。利用迴圈，不斷代入 x，求兩式中 x 最接近時的 x y 值。

3. 記錄直角坐標
4. 將一物體至於感測器前方 20cm、左邊 5cm 處，取 10 筆數據，並記錄於 T5-2。

轉盤式(設計 B):



F5-2 轉盤型二維定位示意圖

P5-1 轉盤式二維定位裝置圖

F5-3 轉盤式二維定位程式流程圖

1. 將超音波感測器立著的方式裝在半徑 8cm 的轉盤上，並固定在一個伺服馬達上，如 F5-2 所示
2. 將一重物放在感測器對面平衡兩邊的重量，再利用固定在底座的橫桿防止旋轉時轉盤的搖晃。
3. 轉動伺服馬達記錄最小的距離和當時的角度，如 F5-3 所示。
4. 回算物體的極座標與直角坐標
5. 利用此方法取 10 比數據，。

實驗結果:

雙感測器式:

$r_{左}$ (cm)	22.47	22.37	22.47	22.47	22.47	22.37	22.47	22.47	22.47	22.07
$r_{右}$ (cm)	23.21	23.32	23.32	23.21	23.32	23.32	23.32	22.8	23.32	22.81
x (cm)	-3.55	-4.6	-4.1	-3.55	-4.1	-4.6	-4.1	-1.55	-4.1	-3.55
y (cm)	22.27	22.08	22.24	22.27	22.24	22.08	22.24	22.29	22.24	21.86

T5-2 雙感測器式

轉盤式:

r (cm)	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5	20.5
θ (deg)	104	104	102	102	102	102	102	104	104	104
x (cm)	-4.96	-4.96	-4.26	-4.26	-4.26	-4.26	-4.26	-4.96	-4.96	-4.96
y (cm)	19.89	19.89	20.05	20.05	20.05	20.05	20.05	19.89	19.89	19.89

T5-3 轉盤式

討論與分析:

1. 在實驗五-1，將一物體至於中線 20cm 左邊 5cm 處，轉盤式 x y 10 筆最大誤差為 0.7cm，比雙感測式的 3.4cm 還要低。雙感測器式的好處是他可以隨時取數據。雙感測器式有兩大缺點。第一點是，因為超音波有一個指向角，轉盤式的可測範圍是在兩台感測器感測範圍重疊的地方，而這個範圍很小。第二點，因為是用圓交疊的方法，所以誤差會被放大。轉盤式的感測範圍在 50cm 以內的 60°的旋轉夾角。經過實驗發現，物體放在 50cm 內時， x y 誤差值皆可控制在 1.1cm 以內，這表示就算距離遠，數值依舊有良好的準確性。轉盤式因為有較大的半徑，所以每旋轉一度的位置差就會比較大，能有精準的最小距離。我們也發現，如果將超音波在一個半徑極小的的半徑旋轉，因為超音波發射器和接收器是分開的，所以超音波面對物體時會有最大的測量值。我們將感測器立著，改善這問題。轉盤式的優點是精準度較高，但是取樣時間會受馬達轉速影響而變慢。

伍、 綜合討論

1. 超音波感測的精準度不會受到可測反射面的材質影響，而最小的可測的面積為 1x1cm 的紙片。超音波感測器的感測範圍是一個扇形，且於 90~100 公分處開始縮小。當超音波感測器前有多個物體，感測器會讀到離感測器最近的物體。而聲波會在管子中反射，最短路徑就是直線距離，這個特性讓超音波能在不同管徑及管壁材質的管子中測距而精準度只有些微影響。
2. 透過點波源的特性，自行撰寫的 Geogebra 及 Python 模擬軟體模擬超音波每個時間點的位置。經過模擬，發現超音波打中反射面後依然有指向性，且感測範圍和實驗一是相符的。指向性會受聲波頻率和發射口徑影響。透過將反射面移動及旋轉，觀察到反射角一定等於入射角。

3. 將超音波應用在自由落體及冷次定律的實驗中。改變取樣速率後，自由落體的 R^2 值沒有受到影響，但是會影響到冷次定律的精準度，取樣速率快可以到更多的細節，但是曲線會比較不平穩。當自由落體的質量逐漸變大，加速度逐漸趨於一個定值，並發現此加速度與國家重力測站的數據相符。將超音波應用在冷次定律的實驗中，經由 $v-t$ 曲線發現管子 20~80cm 處的加速度接近於 0，管子兩端加速度較大，因為此時磁鐵磁力線未完全在鋁管內。將不同數量的磁鐵放入鋁管中，磁鐵數越多減速程度越明顯，可能和冷次定律的向上力經過兩次放大有關，而與磁鐵數的平方成正比。將磁鐵從上下垂直排列改成 4 顆磁鐵放在罐子底部的平面排列，終端速率可降為原本的 $\frac{1}{3}$ 。
4. 利用超音波開發出兩種二維定位儀。利用轉盤及超音波感測器製作的二維定位儀透過轉盤的旋轉找出最小的距離和當時的角度，在一個以 50cm 為半徑的感測範圍內可以將誤差控制在 1.1cm 以內有較佳的精準度，但取樣速率慢。利用兩台感測器製作二維定位儀以兩個距離當半徑，求兩個圓的交點當最物體位置，這種設計的精準度較差，感測範圍較小，但是取樣速率快。

陸、 結論

1. 關於超音波的感測特性:
 - (1).超音波感測器的感測範圍為一個中線左右各 6° 扇形。
 - (2).超音波感測器最小可測大小為 1x1 cm 紙片。
 - (3).當感測器前有兩個物體，結果會顯示最短的。
 - (4).可被偵測的物體其反射面材質並不會影響量測精準度。
2. 超音波管中一維定位應用:
 - (1).不同管徑及材質中的管子中，取樣達標準差 0.05cm，和開放空間是相等的。
 - (2).將一物體自由落下， $x-t$ 二次曲線的 R^2 值皆可達 0.9994， $v-t$ 線性曲線 R^2 值可達約 0.98 以上。
 - (3).利用超音波做一般的自由落體實驗，得到當質量會慢慢增大，加速度靠近於一個定值，和 $a = g - \frac{f}{m}$ 有關係，且結果與當天 g 值相符。
 - (4).將超音波用來測量磁鐵在鋁管中的運動情形，發現加速度呈大→小→大，且將磁鐵數增加或將磁鐵放在罐子底部平面排列皆可使減速變明顯。
3. 關於二維定位的超音波設計:
 - (1).轉盤及超音波感測器製作的二維定位儀:利用最短距離回算位置，可以在一個半徑為 50cm 的範圍運作，其誤差小於 1.1cm，但取樣速率慢。

(2).利用兩台感測器製作二維定位儀，使用圓交疊的方法，其誤差比前者大，但取樣速率快。

4. 關於自製 Python 模擬軟體:

(1).將平面上每一點都當點波源，可以模擬聲波順時的位置。

(2).可以觀察出超音波指向角、回彈波。

(3).可以觀察反射面旋轉永遠符合而入射角=反射角等現象。

(4).改變聲波頻率與發射面大小，皆會影響指向角。

柒、 參考文獻

1. 趙英傑(2016年8月) • Arduino 互動設計入門(2版) • 台北市:旗標
2. 休伊特(2008年11月6日) • 觀念物理 • 台北市:天下
3. Y. Daniel Liang(2016年6月) • python 程式設計入門指南 • 台北市:基鋒